Matemáticas

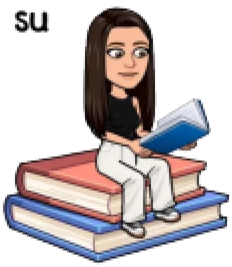
@study.vp

Contenidos

INCLUYE TODO EL CONTENIDO PARA LA PAES ELECTIVA Y OBLIGATORIA

- Conjuntos numéricos
- Recta numérica
- Valor absoluto
- Inverso aditivo y multiplicativo
- Múltiplos y divisores
- Reglas de la divisibilidad
- Números pares, impares, primos y compuestos
- Fracciones
- Potencias
- Logaritmos (PAES ELECTIVA)
- Raíces
- Porcentajes
- Razones y proporciones
- Matemática financiera (PAES ELECTIVA)

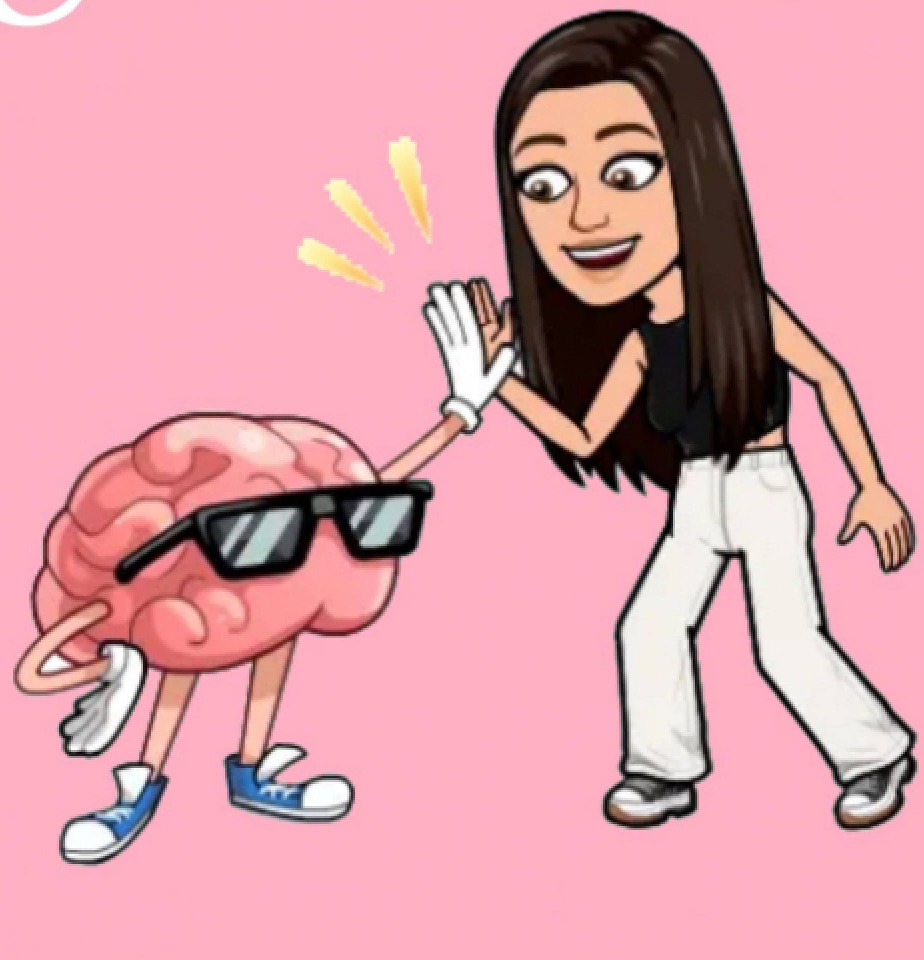
- Expresiones algebraicas y su clasificación
- Operaciones algebraicas
- Enunciados frecuentes
- Productos notables
- Factorizacion
- Ecuaciones de primer grado
- Desigualdades e inecuaciones
- Ecuaciones de segundo grado
- Discriminante
- Sistema de ecuaciones lineales y métodos de resolución
- Función lineal y afín
- Función cuadrática



- Plano cartesiano
- Vectores
- Transformaciones isometricas
- Teorema de Pitágoras
- Ángulos en triángulos
- Clasificación de triángulos
- Componentes de un triángulo
- Perímetro y áreas de triángulos, paralelogramos, trapecios, círculos, segmentos y sectores circulares
- Área de superficies de prismas rectos con diferentes bases, cilindros y conos.
- Volumen de prismas rectos con diferentes bases, cilindros y conos
- Homotecia (PAES ELECTIVA)
- Trigonometría (PAES ELECTIVA)

- Conceptos de estadística
- Tabla de frecuencia para datos agrupados y datos no agrupados
- Gráficos más utilizados
- Medidas de tendencia central
- Medidas de posición
- Medidas de dispersión (PAES ELECTIVA)
- Diagrama de cajón
- Principio aditivo y multiplicativo
- Probabilidades: diagrama de Venn, unión e intersección de conjuntos
- Técnicas de conteo (PERMUTACIÓN Y COMBINATORIA EN PAES ELECTIVA)
- Probabilidad clásica
- Probabilidad condicional (PAES ELECTIVA)

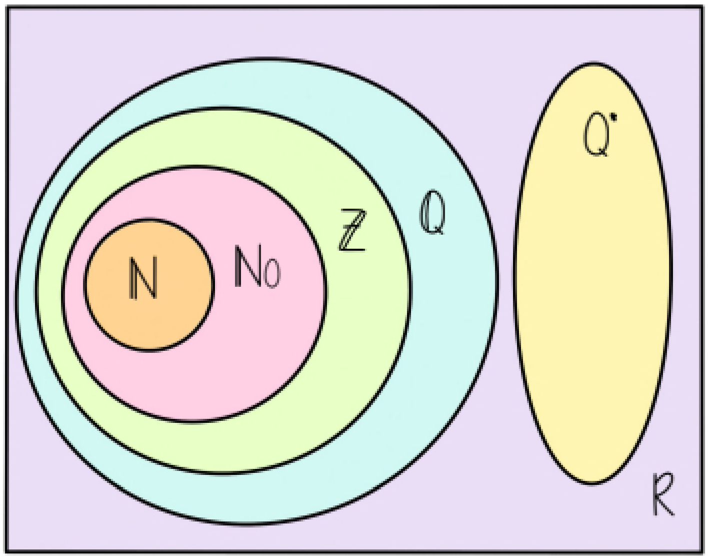
Números



Conjuntos Numéricos

Números naturales ($\mathbb{N}$)

- Va desde el 1 hasta el infinito positivo
- 1, 2, 3, 4... ∞^{+}



Números cardinales ($\mathbb{N}_0$)

- Va desde el 1 hasta el infinito positivo
- 0, 1, 2, 3, 4... ∞^{+}

Números enteros ($\mathbb{Z}$)

- Va desde el infinito negativo hasta el infinito positivo, incluyendo al 0
- ∞^{-}, ... , -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ... ∞^{+}

Números racionales ($\mathbb{Q}$)

- Números que se pueden expresar como fracción, es decir, de la forma=
- $\frac{a}{b}$, con $a,b \in \mathbb{Z}$ y $b \neq 0$

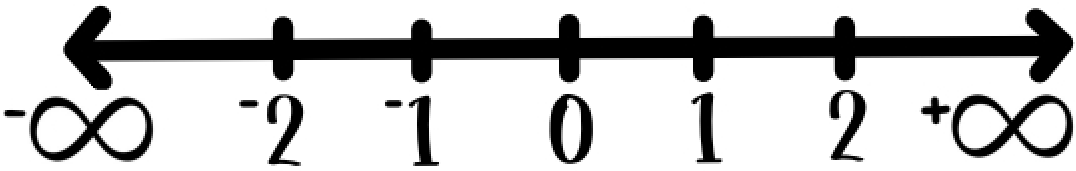
Números irracionales ($\mathbb{Q}$)

- Números que no se pueden expresar como fracción
- $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$, π

Números reales ($\mathbb{R}$)

- Es la unión de los racionales e irracionales ($\mathbb{Q}$ + $\mathbb{Q}^*$)

RECTA NUMERICA



La recta numérica contiene infinitos números

VALOR ABSOLUTO

- Corresponde a la distancia entre un número y el 0 en la recta numérica
- El valor absoluto de un número se simboliza como $|n|$

$$n \rightarrow |n| \begin{cases} n, \text{ si } n \geqslant 0 \\ -n, \text{ si } n < 0 \end{cases}$$

INVERSO ADITIVO

El inverso aditivo u opuesto de un número x es $-x$

El opuesto de 3 es -3
El opuesto de 5 es -5

INVERSO MULTIPLICATIVO

El inverso multiplicativo o recíproco de un número x es $\frac{1}{x}$

El recíproco de 3 es $\frac{1}{3}$
El recíproco de 5 es $\frac{1}{5}$

@study.vp

múltiplos

- Un múltiplo es un número entero que contiene a otro número entero una cantidad exacta de veces

ejemplo
- El número 35 es múltiplo de 5 ya que lo contiene siete veces exactas
- El número 14 es múltiplo de 7 ya que lo contiene dos veces exactas

- Los múltiplos pueden ser negativos
- Todo número entero es múltiplo de 1 y de sí mismo (menos el 1)
- 0 es múltiplo de todos los números
- 0 solo tiene un múltiplo que es 0

divisores

- Un divisor es un número que dividiré a otro una cantidad exacta de veces

ejemplo
- 4 es divisor de 12
- 8 es divisor de 24

Un divisor puede ser negativo
Un divisor NO puede ser 0

@study.vp

Reglas de divisibilidad

- 2 → Termina en cifra par
- 3 → La suma de sus cifras es múltiplo de 3
- 4 → El número formado por las dos ultimas cifras es múltiplo de 4 o termina en doble 0
- 5 → Termina en 0 o 5
- 6 → Divisible por 2 y 3 a la vez
- 8 → El número formado por las tres ultimas cifras es múltiplo de 8 o termina en triple 0
- 9 → La suma de sus cifras es múltiplo de 9
- 10 → Su última cifra es 0

Números pares

- 2n siempre será par
- Si termina en 0, 2, 4, 6 u 8

Operaciones

Impar + Par = Impar
Par + Par = Par
Impar + Impar = Par
Par x Impar = Par
Par x Par = Par
Impar x Impar = Impar

Números impares

- 2n+1 siempre será impar
- Si termina en 1, 3, 5, 7 o 9

Números primos

- Son números naturales divisibles solo por dos números naturales distintos
- 2,3,5,7,11,13...

Números compuestos

- Son números naturales divisibles por más de dos números naturales distintos
- 4,6,8,10,12...

@study.vp

Fracciones

$\frac{a}{b}$

Numerador

Denominador

$\boxed{a, b \in \mathbb{Z}}$ Enteros

$\boxed{b \neq 0}$ ¡Si es 0 se indefine!

Simplificación

Se divide el numerador y el denominador por el mismo número

$$\frac{2^{:2}}{4_{:2}} = \frac{1}{2}$$

Amplificación

Se multiplica el numerador y el denominador por el mismo número

$$\frac{1^{\times 2}}{2_{\times 2}} = \frac{2}{4}$$

Operaciones

Suma y Resta

Mismo denominador

$$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{b} = \frac{a \pm c}{b}$$

Distinto denominador

$$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{ad \pm bc}{bd}$$

Multiplicación

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

División

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c}$$

1

$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{ad}{bc}$$

2

@study.vp

Propiedades
de la operatoria en reales

1) clausura o cierre

La suma o multiplicación de dos números reales siempre da como resultado un número real

2) asociativa

@study.vp

Para a, b, c reales:

$(a + b) + c = a + (b + c)$

$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$

3) conmutativa

Para a, b reales

$(a + b) = (b + a)$

$(a \cdot b) = (b \cdot a)$

4) distributiva

Para a, b, c reales

$a \cdot (b + c) = ab + ac$

Potencias

$$\overset{\text{exponente}}{}\; \underset{\text{base}}{a}^{n} = a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \ldots$$

exponente

base

$4^2 = 4\ 4 = 16$

$3^3 = 3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$

$2^5 = 2\ 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 32$

importante

$(-2)^2 = (-2) \cdot (-2) = 4$

$2^2 = -(2 \cdot 2) = -4$

propiedades

1) $a^0 = 1$, con $a \neq 0$

2) $0^n = 0$, con $n > 0$

3) $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

4) $a^m : a^n = a^{m-n}$

5) $a^m \cdot b^m = (a \cdot b)^m$

6) $a^m : b^m = (a : b)^m$

7) $(a^m)^n = a^{m\,n}$

8) $\left(\frac{a}{b}\right)^{-m} = \left(\frac{b}{a}\right)^m$

9) $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$

10) $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$

Logaritmos

$\log_{base} \text{Argumento} = \text{logaritmo}$

$$\log_b a = c \longleftrightarrow b^c = a$$

Restricciones

- La base deber un número positivo distinto de 0
- El argumento debe ser positivo

Propiedades

@study.vp

1) $\log_b 1 = 0$
2) $\log_b b = 1$
3) $\log_{10} a = \log a$
4) $\log_b (m \cdot n) = \log_b m + \log_b n$
5) $\log_b (m : n) = \log_b m - \log_b n$
6) $\log_b a^n = n \cdot \log_b a$
7) $\log_b a = \dfrac{\log_c a}{\log_c b}$

PAES ELECTIVA

Raices

$$\sqrt[n]{a} = b \Leftrightarrow b^n = a$$

índice

cantidad subradical

@study.vp

Importante

índice par

$\sqrt[2n]{a}$ → si $a \geq 0$ → $a \in \mathbb{R}$
→ si $a < 0$ → $a \notin \mathbb{R}$

índice impar

$\sqrt[n]{-a}$ → $a \in \mathbb{R}$, siempre

propiedades

1) $\sqrt[n]{1} = 1$

2) $\sqrt[n]{0} = 0$

3) $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$

4) $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}$

5) $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$

6) $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n \cdot m]{a}$

7) $b \cdot \sqrt[n]{a} = \sqrt[n]{a \cdot b^n}$

8) $\sqrt[n]{a^n} = |a|$ → n par

9) $\sqrt[n]{a^n} = a$ → n impar

Razones

- La razón entre dos cantidades a y b es la comparación de estas por cociente

Anotamos ⟶ a : b
Leemos → "a" es a "b"

Ejemplo: ¿Cual es la razón entre las masas de los personas si el primero masa 40 kilogramos y el segundo 80 kilogramos?

$$\frac{\text{Masa } 1}{\text{Masa } 2} = \frac{40}{80} = \frac{1}{2}$$ ⟶ La razón entre las masas es de 1:2

Proporciones

@study.vp

- Una proporción es la comparación por igualdad de dos razones

$\frac{a}{b} = k$ y $\frac{c}{d} = k$ ⇨ $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ⇨ $a \cdot d = b\,c$

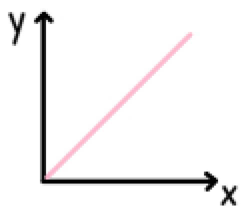
K: constante de proporción
Leemos "a" es a "b" como "c" es a "d"

Proporcionalidad Directa

El cuociente entre dos variables es constante, son directamente proporcionales

$$\boxed{\frac{x}{y} = k}$$

gráfico

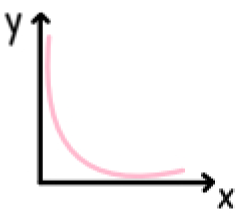


Proporcionalidad Inversa

El producto entre dos variables es constante, son inversamente proporcionales

$$\boxed{x \cdot y = k}$$

gráfico



Porcentajes

$$\% = \frac{1}{100}$$

Calcular el x% de y

① Escribir el % como fracción

$$\frac{x}{100} \cdot y$$

② Regla de 3

valor	%
$y \longrightarrow$	100
$? \longrightarrow$	x

$$\Rightarrow \frac{x \cdot y}{100}$$

ejemplo: calcular el 25% de 200

① $\frac{25}{100} \cdot 200$

②

valor	%
$200 \longrightarrow$	100
$? \longrightarrow$	25

$$\Rightarrow \frac{200 \cdot 25}{100}$$

Porcentaje de un porcentaje

x% del y% de z

$$\frac{x}{100} \cdot \frac{y}{100} \cdot z$$

¿Que porcentaje es x de y?

valor	%
$y \longrightarrow$	100
$x \longrightarrow$	$?$

$$\Rightarrow \frac{x \cdot 100}{y}$$

Variación Porcentual

$$\triangle\% = \frac{Vf - Vi}{Vi}$$

Vf : valor final
Vi : valor inicial

@study.vp

MATEMÁTICA FINANCIERA

AFP

Consiste en que las y los trabajadores deben depositar cada mes un porcentaje de su remuneración, sueldo o ingreso imponible en una cuenta personal en una administradora de fondos de pensiones (AFP).

Esos recursos tienen como objetivo financiar la pensión futura que recibirá la persona en la etapa de retiro y, en caso de fallecimiento, una pensión de sobrevivencia para sus beneficiarias y beneficiarios.

Jubilación

Es el acto administrativo por el que un trabajador en activo, por cuenta propia o ajena, solicita pasar a una situación pasiva o de inactividad laboral tras haber alcanzado la edad legal para ello.

También, se puede originar por enfermedad crónica grave o incapacidad.

Créditos hipotecarios

Es un préstamo a mediano o largo plazo que se otorga para la compra, ampliación, reparación o construcción de una vivienda, compra de sitios, oficinas o locales comerciales.

Este tipo de créditos permiten a las personas adquirir una vivienda.

Crédito de consumo

Un crédito al consumo es un contrato en el que el prestamista concede o se compromete a conceder a un consumidor un crédito bajo la forma de pago aplazado, préstamo, apertura de crédito o cualquier medio equivalente de financiación.

PAES ELECTIVA

@study.vp

Álgebra y funciones

Expresiones algebraicas

↳ En una expresión algebraica se combinan letras, números y operaciones

↳ Están formadas por términos algebraicos

Término algebraico

- Un término algebraico está compuesto por:

  Coeficiente numérico: corresponde al número que lo multiplica

  Ej: 2

  Factor literal: corresponde a la letra o el grupo de letras que forman cada término

  Ej: x, y

  Grado: corresponde a la suma de los exponentes de las letras que componen el factor literal

  Ej: 2 + 3 = 5

2 + 3 = 5

$$2x^2y^3$$

Si tenemos una expresión algebraica, calculamos el grado de cada término y nos quedamos con el que tenga mayor grado

Clasificación de expresiones algebraicas

Monomio	1 término	$2x$
Binomio	2 términos	$2x + 3y$
Trinomio	3 términos	$2x + 3y + 4xy$
Polinomio	2 o más terminos	$2x + 3y + 4xy + x^2$

Operaciones algebraicas

Reducción de términos semejantes

↳ Si tenemos dos o más términos con él $\boxed{\text{mismo}}$ factor literal, podemos sumar o restar sus coeficientes numéricos para reducir a un solo término algebraico

a) $2x + x = 3x$

b) $3x + 2x^2 + x + 5x^2 = 4x + 7x^2$

Multiplicación de expresiones algebraicas

↳ Multiplicamos los coeficientes numéricos y los factores literales entre si

a) $2x \cdot x = 2x^2$

b) $7xy \cdot 3x^4 = 21x^5y$

Cuando hay una suma o resta aplicamos propiedad distributiva

$(3p + 2q)(p - 3)$

@study.vp

Enunciados frecuentes

Doble de x	$2x$
Triple de x	$3x$
La semisuma de x e y	$\frac{x+y}{2}$
El exceso de x sobre y	$x - y$
La mitad de x	$\frac{x}{2}$
El sucesor de x	$x + 1$
El antecesor de x	$x - 1$
Un número par	$2n$
Un número impar	$2n + 1$
Tres n pares consecutivos	$2n, 2n+2, 2n+4$
Tres n impares consecutivos	$2n-1, 2n+1, 2n+3$
El cuadrado de x	x^2
El opuesto de x	$-x$
El recíproco de $\frac{x}{y}$	$\frac{y}{x}$

@study.vp

Productos Notables

Cuadrado de binomio

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

Suma por su diferencia

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

Cubo de binomio

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

Suma y diferencia de cubos

$$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$$

Productos de binomio con término común

$$(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$$

@study.vp

FACTORIZACIÓN

- Factorizar una expresión algebraica consiste en representarla como el producto de dos o más factores
- Para factorizar tenemos que identificar el factor común en cada uno de los términos que componen la expresión algebraica

a) factor común

- Debe existir un factor común en sus términos, es decir, las letras que se repiten en todos los términos algebraicos de la expresión
- Escogemos el que tiene menor exponente y/o un máximo común divisor entre sus coeficientes numéricos

$$4x^2 - 10xy = 2x(2x - 5y)$$

@study.vp

b) trinomio de la forma $x^2 + bx + c$

- Una expresión algebraica de esta forma se puede factorizar, en algunas ocasiones, en dos binomios con un término común

$$x^2 + 6x + 5 = (x+5)(x+1)$$

Buscamos dos números que multiplicados den 5 y sumados 6

c) trinomio cuadrado perfecto

- Una expresión algebraica se puede factorizar por este caso, cuando es un trinomio en que dos de sus términos son cuadrados perfectos y el tercer término es el doble del producto los términos anteriores

$$\underbrace{x^2}_{\text{Cuadrado de } x} + \underbrace{6x}_{\text{Doble del producto de } x \text{ y } 3} + \underbrace{9}_{\text{Cuadrado de } 3} = (x+3)^2$$

Ecuación de primer grado

Forma: ax + b

@study.vp

Solución: $x = \frac{-b}{a}$

Ejemplo:

$$3x + 6 = 0$$

$$3x = -6$$

$$x = \frac{-6^{:3}}{3_{:3}}$$

$$\boxed{x = -2}$$

$$x = \frac{-b}{a}$$

$$x = \frac{-6^{:3}}{3_{:3}}$$

$$\boxed{x = -2}$$

Desigualdades

Es una relación entre dos cantidades que representan una comparación en la que se utilizan los símbolos $>$, $<$, $\geqslant$ y $\leqslant$

$a < b$ → a es menor que b

$a > b$ → a es mayor que b

$a \leqslant b$ → a es menor o igual que b

$a \geqslant b$ → a es mayor o igual que b

Propiedades

1 si sumo o resto un número real, la desigualdad mantiene su sentido

2 si multiplico o divido por un número real positivo, la desigualdad mantiene su sentido

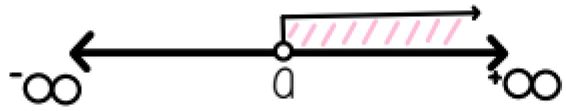
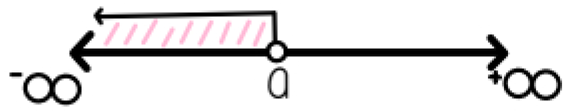
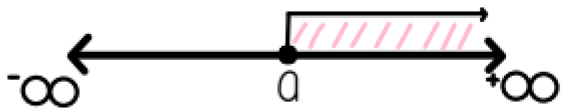
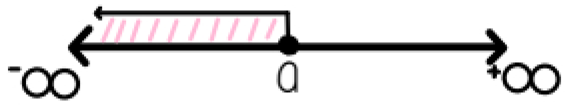
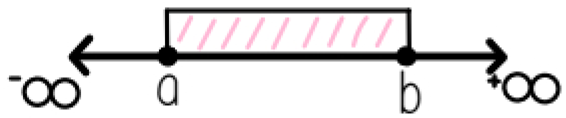
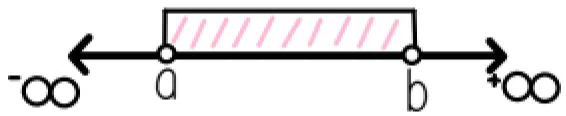
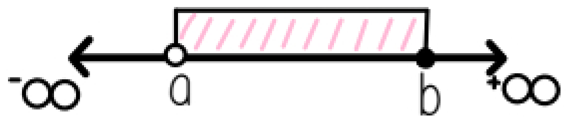
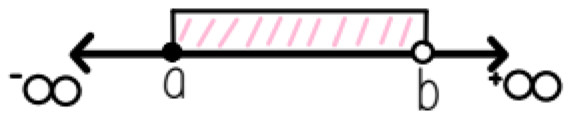
3 si multiplico o divido un número real negativo, la desigualdad **cambia** su sentido

@study.vp

Inecuaciones

- Las inecuaciones son desigualdades que contienen una incógnita y coeficientes reales
- Conjunto solución: todos los valores que puede tomar x
- Se resuelve despejando la incógnita

Intervalos

$x>a$		$]a,+\infty[$
$x<a$		$]-\infty,a[$
$x\geq a$		$[a,+\infty[$
$x\leq a$		$]-\infty,a]$
$a\leq x\leq b$		$[a, b]$
$a<x<b$		$]a, b[$
$a<x\leq b$		$]a, b]$
$a\leq x<b$		$[a, b[$

○ → No incluye ● → Incluye

@study.vp

Ecuación de segundo grado

Forma: $ax^2 + bx + c$ $a, b, c \in \mathbb{R}$ y $a \neq 0$

@study.vp

Resolución

- Factorizar
- Usar la formula general

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

- Completacion de cuadrados
  SOLO PAES ELECTIVA

Propiedades importantes

$x1$ y $x2$ → soluciones de la ecuación cuadrática

$$x1 + x2 = \frac{-b}{a}$$

$$x1 \cdot x2 = \frac{c}{a}$$

Discriminante

$$\boxed{\Delta = b^2 - 4ac}$$

@study.vp

$\Delta > 0 \rightarrow$ Dos soluciones reales y distintas

$\Delta < 0 \rightarrow$ Dos soluciones complejas y conjugadas

$\Delta = 0 \rightarrow$ Dos soluciones reales e iguales

PAES ELECTIVA

Sistema de ecuaciones lineales

$$\begin{aligned} ax + by &= c \\ dx + ey &= f \end{aligned}$$

x e y → incógnitas
(x, y) → conjunto solución
a, b, c, d, e, f → números reales

Métodos de resolución

Igualación:

1. Despejar la misma incógnita en ambas ecuaciones
2. Igualar las ecuaciones y despejar la incógnita
3. Finalmente se reemplaza el valor obtenido en una ecuación y se despeja la incógnita restante

Ejemplo

1.
$$\begin{aligned} x - y &= 2 \rightarrow x = 2 + y \\ 2x - y &= 6 \rightarrow x = \frac{6 + y}{2} \end{aligned}$$

2.
$$2 + y = \frac{6 + y}{2}$$
$$2(2 + y) = 6 + y$$
$$4 + 2y = 6 + y$$
$$2y - y = 6 - 4$$
$$y = 2$$

3.
$$x - y = 2$$
$$x - 2 = 2$$
$$x = 2 + 2$$
$$x = 4$$

Conjunto solución (4,2)

@study.vp

Métodos de resolución

Reducción:

1. Se multiplica una de las ecuaciones para formar el inverso aditivo de una de las dos incógnitas
2. Sumamos
3. Despejamos la incógnita restante
4. El valor obtenido lo reemplazamos en una de las dos ecuaciones

Ejemplo

$$\begin{cases} x - y = 2 \\ 2x - y = 6 \end{cases}$$

1 $x - y = 2 \quad / \cdot -2$

$2x - y = 6$

2 $\cancel{-2x} + 2y = -4$

$\cancel{2x} - y = 6$ +

3 $y = 2$

4 $x - y = 2$

$x - 2 = 2$

$x = 2 + 2$

$x = 4$

Conjunto solución (4,2)

Sustitución:

1. Se despeja una de las incógnitas en una ecuación
2. La expresión obtenida se reemplaza en la otra ecuación y está se resuelve
3. El valor obtenido lo reemplazamos en una de las dos ecuaciones

Ejemplo

$$\begin{cases} x - y = 2 \\ 2x - y = 6 \end{cases}$$

1 $x - y = 2$

$x = 2 + y$

2 $2x - y = 6$

$2(2+y) - y = 6$

$4 + 2y - y = 6$

$y = 6 - 4$

$y = 2$

3 $x - y = 6$

$x - 2 = 6$

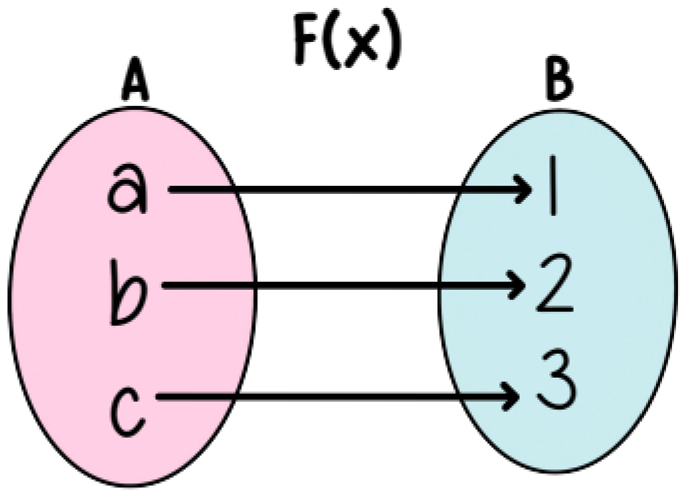
$x = 6 - 2$

$x = 4$

@study.vp

Funciones

Una función relaciona a un conjunto de partida "A" con un conjunto de llegada "B"



Todo elemento de partida debe tener solo un elemento de llegada

X → Variable independiente → Pre-imagen

F(x) → Variable dependiente → Imagen

DOMINIO: Todos los valores del conjunto de partida

CONDOMINIO: Todos los valores del conjunto de llegada

RECORRIDO: Valores que toma la variable dependiente

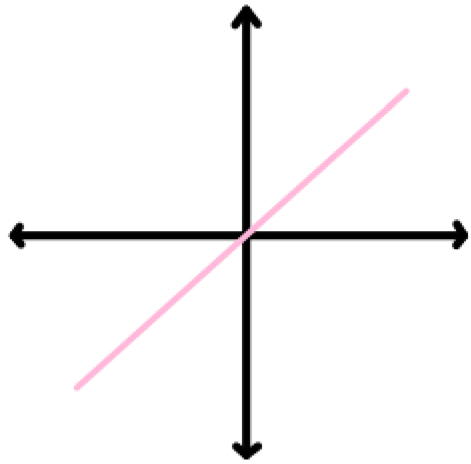
Funcion Lineal

Forma: $f(x) = mx$

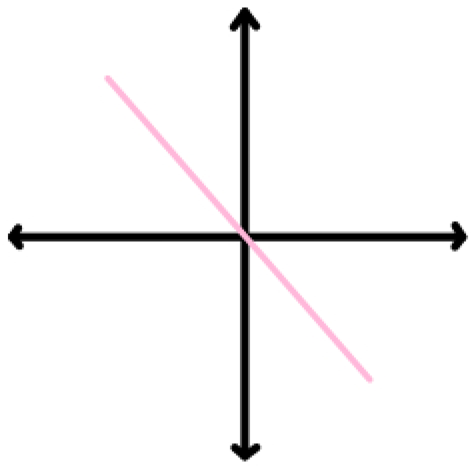
m es un número real distinto de 0

Al graficar una función lineal SIEMPRE pasará por el origen (0,0)

1 cuando $m>0$ (mayor a 0) la recta será creciente



2 cuando $m<0$ (menor a 0) la recta será decreciente



@study.vp

Funcion afín

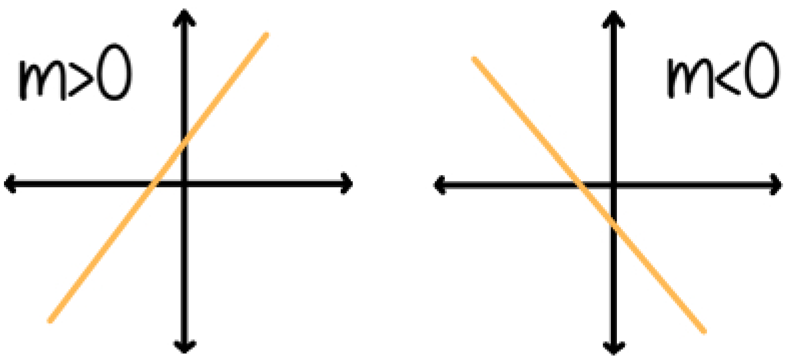
Forma: $f(x) = mx + n$

pendiente   coeficiente de posición

m y n, números reales distintos de 0

Al graficar una función lineal no pasará por el origen

m>0: creciente
m<0: decreciente



Para graficar

1 ubicar el coeficiente de posición (corte en el eje y) que está dado por (0,n)

2 trazar una recta de acorde a la pendiente: m>0 (creciente) o m<0 (decreciente)

3 igualar la función a 0 y despejar x para así tener el corte en el eje x (x,0)

$f(x) = 3x + 6$

1 $(0,n) = (0,6)$

2 $m>0$ recta creciente

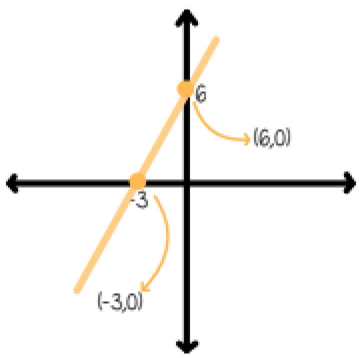
3 $f(x) = 3x + 6$

$0 = 3x + 6$

$-6 = 3x$

$\frac{-6}{3} = x$

$-2 = x \rightarrow$ Corte eje x $(-2,0)$



@study.vp

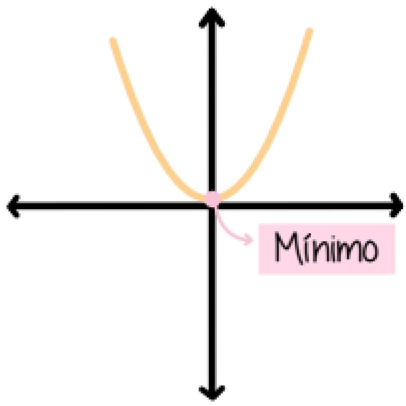
Función cuadrática

Forma: $f(x) = ax^2 + bx + c$

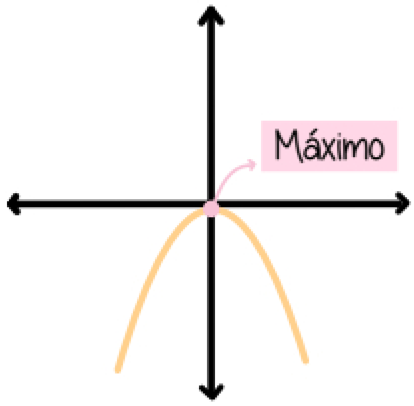
- a, b y c números reales
- a distinto de 0

CONCAVIDAD

$a>0$



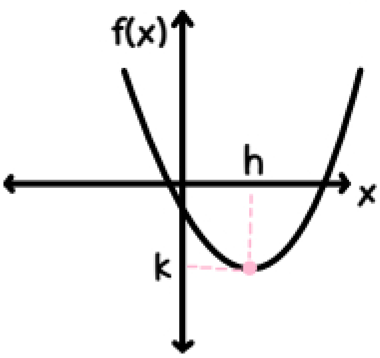
$a<0$



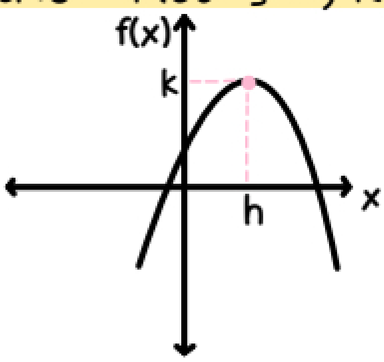
DOMINIO Y RECORRIDO

- El dominio de una función cuadrática es el conjunto $\mathbb{R}$
- El recorrido depende de la concavidad de la parábola

Si $a>0$ Rec: $[k ;\infty[$



Si $a<0$ Rec: $]-\infty, k]$



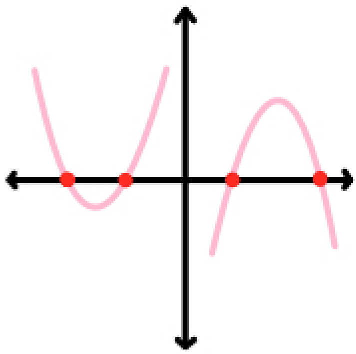
INTERSECCIÓN EN X

Mediante el discriminante podemos conocer el valor de sus soluciones, en este caso lo utilizaremos para saber si la función corta o no al eje de las abscisas

$$\boxed{\Delta = b^2 - 4ac}$$

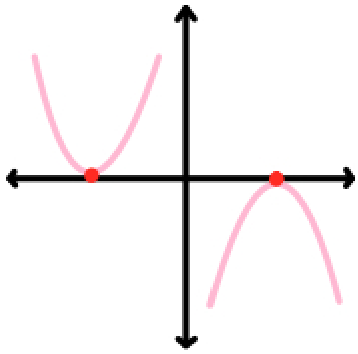
$\Delta > 0$

Corta en 2 puntos



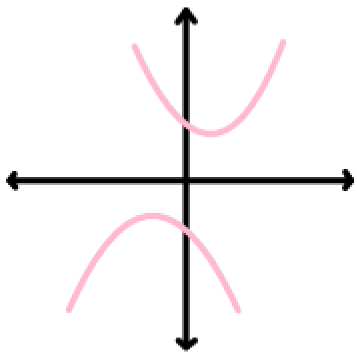
$\Delta = 0$

Corta en 1 punto



$\Delta < 0$

No hay intersección



@study.vp

INTERSECCIÓN EN Y

La parábola corta en el eje y en punto (0,c)

EJE DE SIMETRÍA

Divide a la parábola en dos partes iguales

$$x = \frac{-b}{a}$$

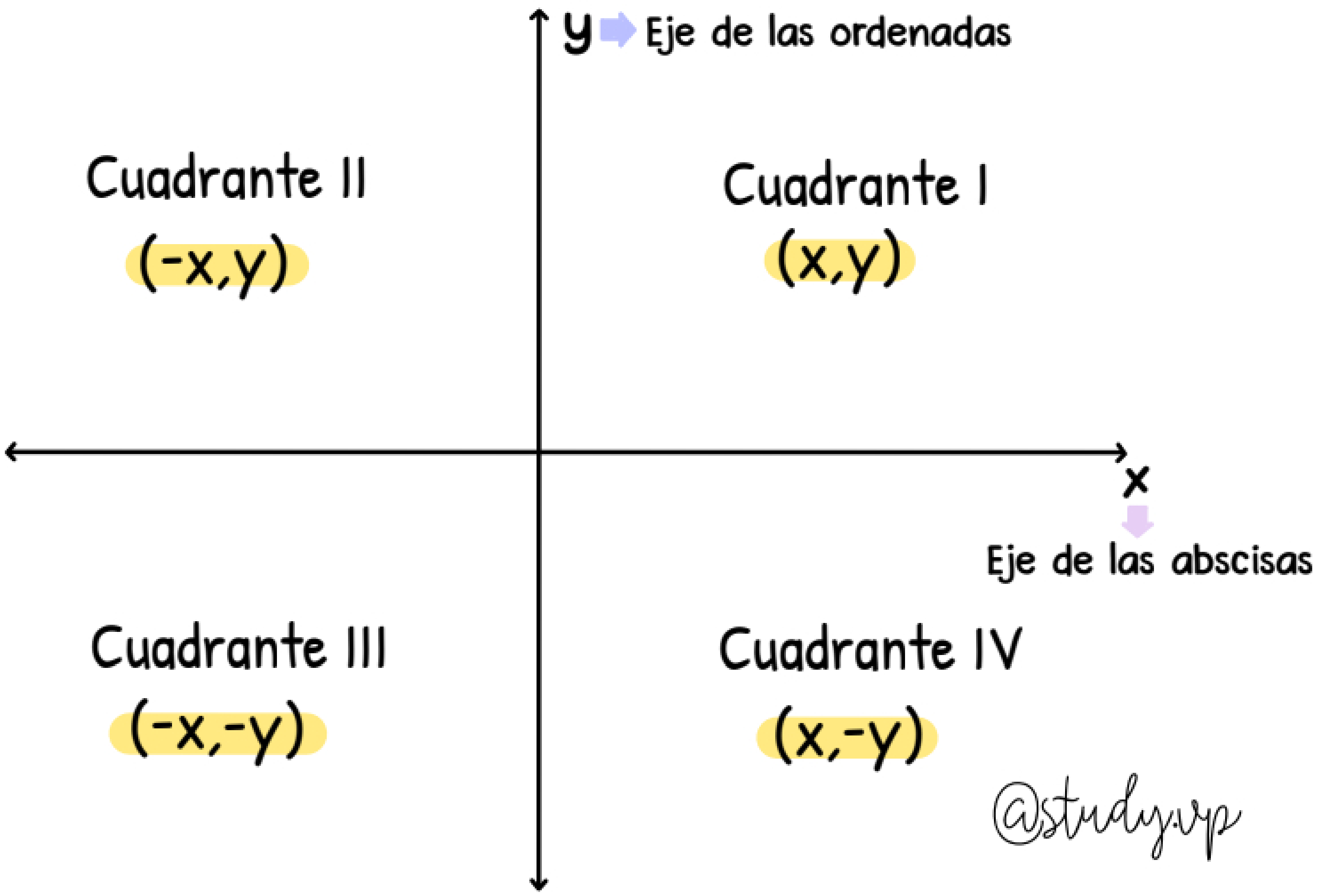
VÉRTICE

Corresponde al punto máximo o mínimo de la parábola

$$v = \left(\frac{-b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a}\right)$$

Geometria

Plano Cartesiano



Distancia entre dos puntos

$$\sqrt{(X_2 - X_1) + (Y_2 - Y_1)}$$

Punto medio

$$\left(\frac{X_1 + Y_1}{2}, \frac{X_2 + Y_2}{2}\right)$$

Pendiente de una recta

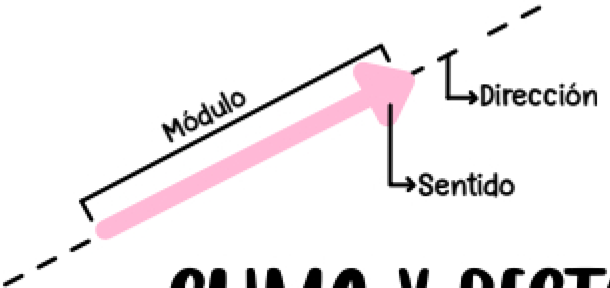
$$m = \frac{Y_2 - Y_1}{X_2 - X_1}$$

Vectores

Módulo: longitud del vector
Sentido: posición de la flecha
Dirección: orientación del vector

MÓDULO

$$\|v\| = \sqrt{x^2 + y}$$



@study.vp

SUMA Y RESTA DE VECTORES

Vectores $\vec{a}(x_1, y_1)$ y $\vec{b}(x_2, y_2)$

$$\vec{a} \pm \vec{b} = (x_1 \pm x_2, y_1 \pm y_2)$$

suma   resta

Para la resta de los vectores de forma gráfica, hay que usar el vector opuesto (mismo módulo y dirección pero distinto sentido).

PONDERACIÓN

Cuando ponderamos un vector lo que hacemos es multiplicar dicho vector por un número real

Tenemos el vector $\vec{a}\,(x,y)$ y lo ponderamos por $k \rightarrow (x \cdot k,\ y \cdot k)$

$a(3,1)$ $K=2$

$2(3,1)$

$(3 \cdot 2,\ 1 \cdot 2)$

$\boxed{(6,2)}$

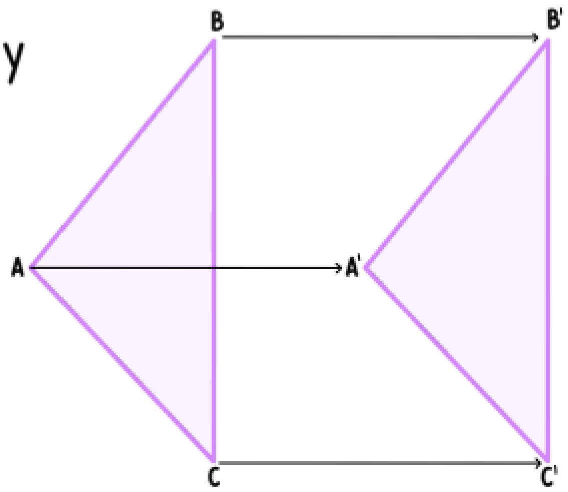
TRANSFORMACIONES ISOMÉTRICAS

Las transformaciones isométricas son transformaciones de figuras en el plano que se realizan sin variar las dimensiones ni el área: la figura inicial y la final son semejantes, y geométricamente congruentes.

1) Traslación

PUNTO	VECTOR	PUNTO TRASLADADO
(x,y)	(a,b)	$(x+a,\ x+b)$

Todos los puntos de la figura se moverán con el mismo sentido y dirección



2) Rotación

Todos los puntos de la figura rotan respecto a un centro de rotación que puede ser el origen o un punto cualquiera con un determinado ángulo

Rotación con centro en el origen → Punto (x,y)

SENTIDO ANTIHORARIO

90°	180°	270°	360°
(-y, x)	(-x, -y)	(y, -x)	(x, y)

SENTIDO HORARIO

90°	180°	270°	360
(y, -x)	(-x, -y)	(-y, x)	(x, y)

EJEMPLO: rotar el punto (3,-4) en 90° sentido antihorario

@study.vp

(3,-4) ⟶ (4,3)

Rotación respecto a un punto

Rota el punto P(1,2) respecto al punto C(3,3) en 180 sentido antihorario

1. Crear un vector opuesto al punto con el que rotáremos

   C(3,3) → $\boxed{C(-3,-3)}$ $\vec{v}$

2. Trasladamos el Punto P y C con el vector $\vec{v}$ (-3,-3)

   P(1,2) + $\vec{v}$(-3,-3) = P*(-2, -1)
   C(3,3) + $\vec{v}$(-3,-3) = C*(0,0)

   ➡ Como ahora nuestro centro es el origen podemos aplicar una rotación normal de 180° con sentido antihorario

3. Aplicamos la rotación de 180° con sentido antihorario: (x,y)→(-x,-y)

   P* (-2,-1) ⟶ P*(2,1)

4. Creamos un nuevo vector con las coordenadas de C y trasladamos a P*

   $\vec{v}$(3,3) + C(2,1) = $\boxed{P'(5,4)}$ → finalmente obtenemos al punto P con una rotación de 180 respecto al punto C con sentido antiherario

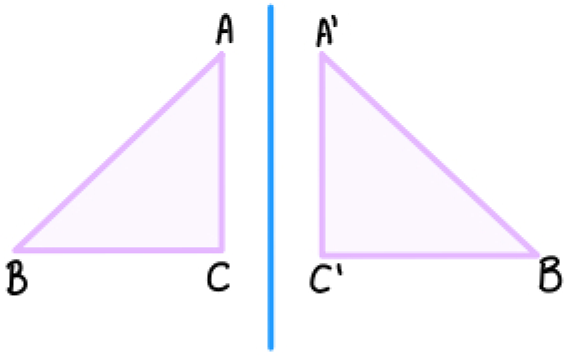
3) Reflexión

En una reflexión a la figura original se le asocia una imagen, puede ser respecto a un punto o una recta

AXIAL

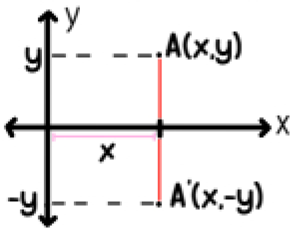
@study.vp

Respecto a un eje o una recta



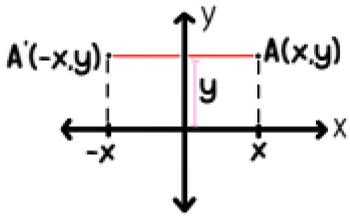
Respecto al eje x

El punto A(x,y) queda en el punto A'(x,-y)



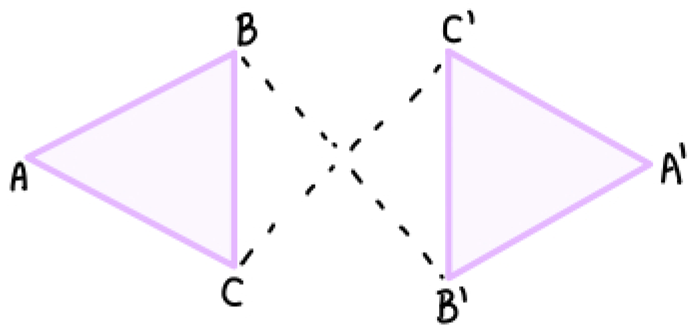
Respecto al eje y

El punto A(x,y) queda en el punto A'(-x,y)



CENTRAL

Respecto a un punto

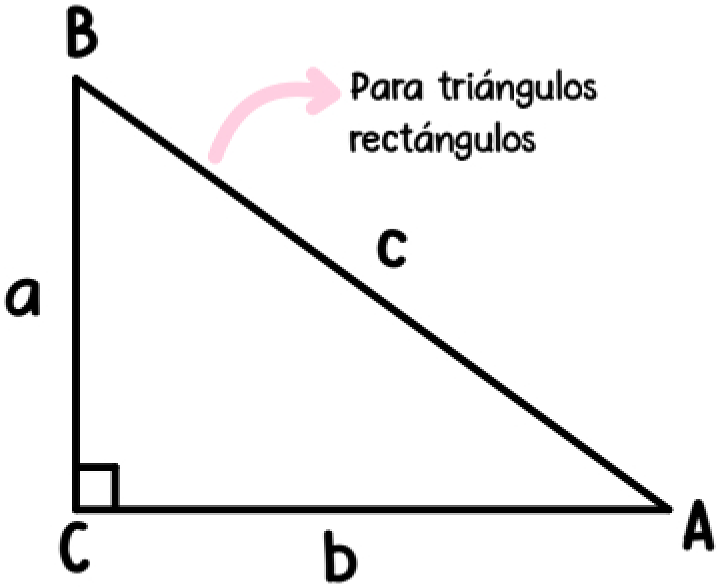


Equivale a una rotación de 180 y a una homotecia con k=-1

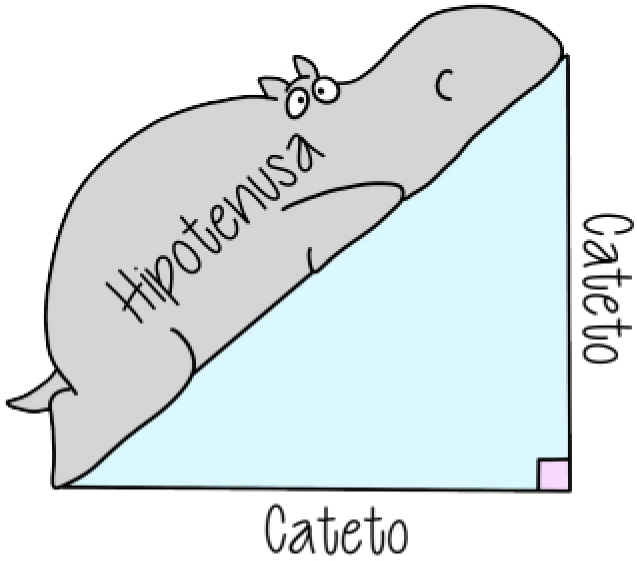
Cuando a un punto (x,y) se le aplica una reflexión con respecto al origen, queda en el punto (-x,-y)

TEOREMA DE PITÁGORAS

@study.vp

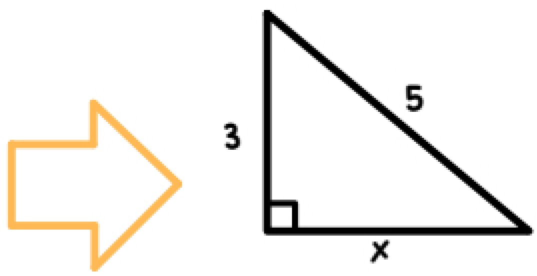


$$a^2 + b^2 = c^2$$



Tríos pitagóricos

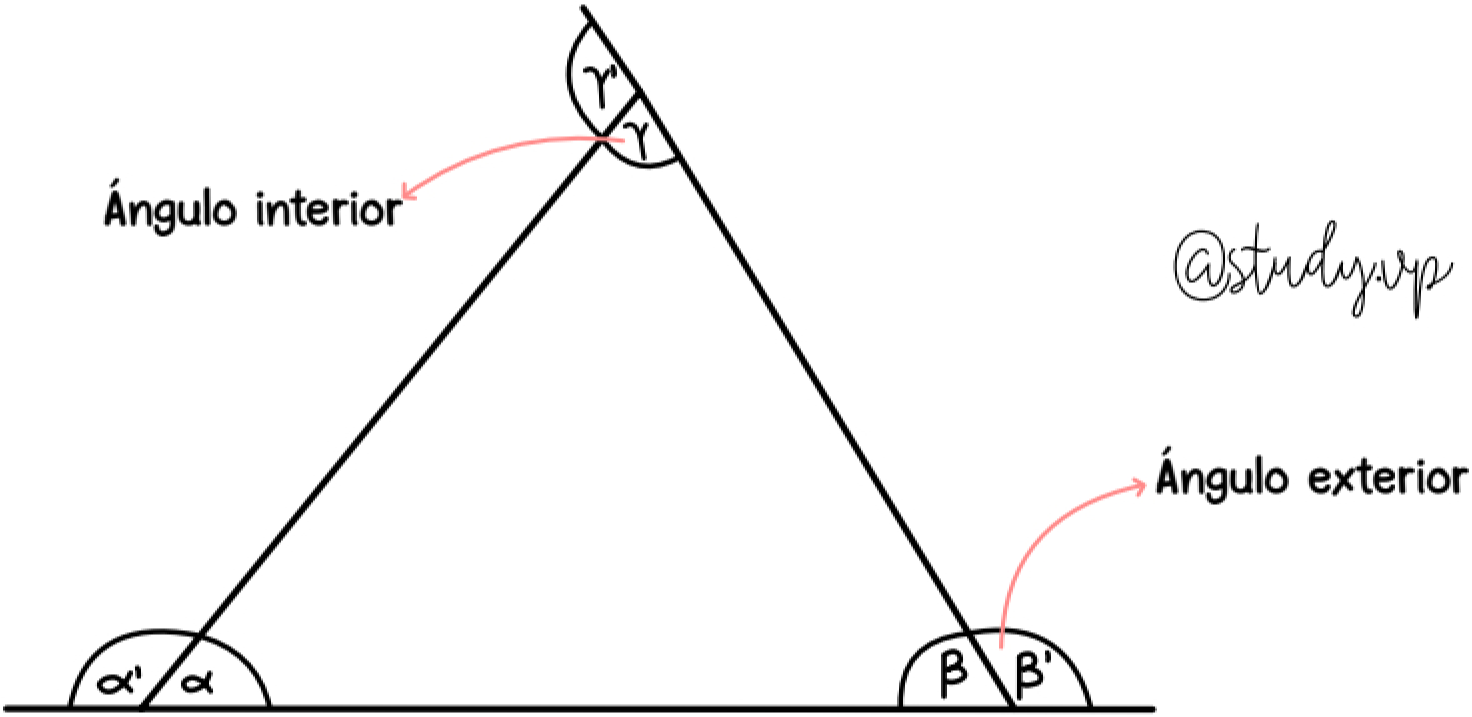
Cateto 1	Cateto 2	Hipotenusa
3	4	5
5	12	13
8	15	17
7	24	25
20	21	29
12	35	37



$\boxed{x = 4}$

Se necesita el valor de dos lados para usar los tríos pitagóricos

Ángulos en triángulos



La suma de los ángulos interiores es igual a 180°

$\alpha + \beta + \gamma = 180$

La suma de los ángulos exteriores es igual a 360°

$\alpha' + \beta' + \gamma' = 360°$

El ángulo exterior y su correspondiente interior son suplementarios

$\alpha + \alpha' = 180°$

$\beta + \beta' = 180°$

$\gamma + \gamma' = 180°$

La medida de cada ángulo exterior es igual a la suma de las medidas de los ángulos interiores no adyacentes a el

$\alpha' = \beta + \gamma$

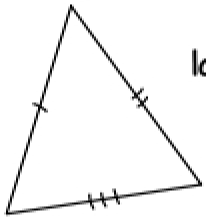
$\gamma' = \alpha + \beta$

$\beta' = \gamma + \alpha$

Clasificación de triángulos

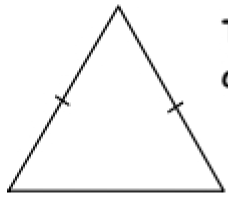
según sus lados

Escaleno



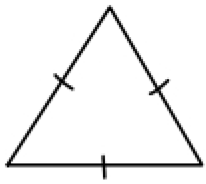
Tiene sus tres lados de distinta medida

Isósceles



Tiene dos lados de igual medida

Equilatero

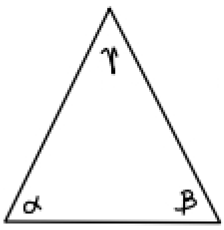


Tiene sus tres lados iguales

Clasificación de triángulos

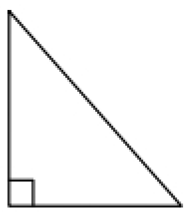
según sus ángulos

Acutángulo



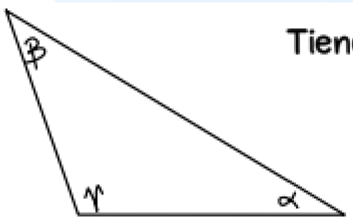
Tiene sus tres ángulos agudos

Rectángulo



Tiene un ángulo recto

Obtusángulo

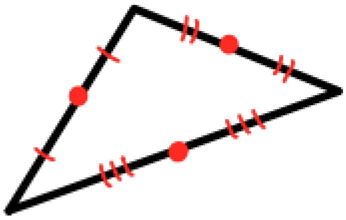


Tiene un ángulo obtuso

Componentes de un △

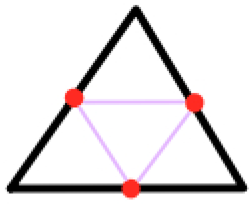
Punto medio

Divide en 2 partes iguales a un lado de un triángulo



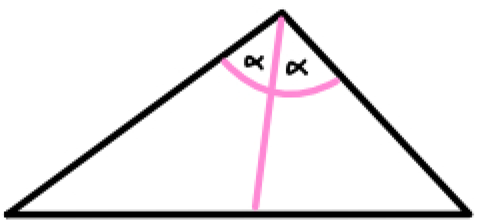
Mediana

Segmentos que unen a los puntos medios de los lados de un triángulo



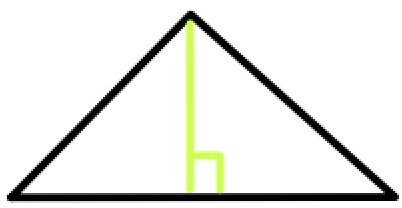
Bisectriz

Recta qué pasa por un vértice de un ángulo y lo divide en dos partes iguales

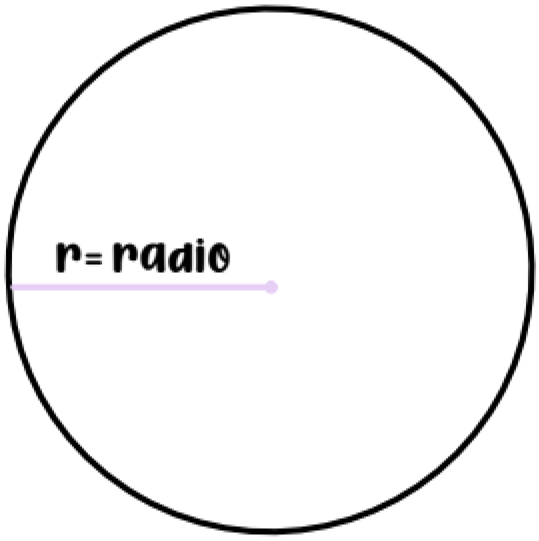


Altura

Recta que sale desde un vértice y cae perpendicular al lado opuesto



CÍRCULO



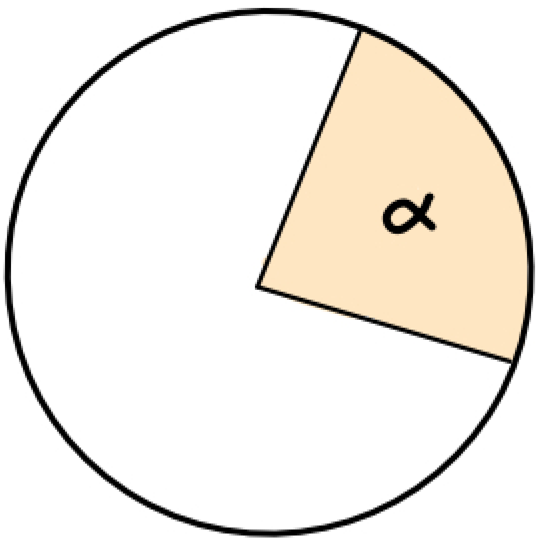
Área

$\boxed{\pi r^2}$

Perimetro

$\boxed{2\pi r}$ $\boxed{\pi d}$

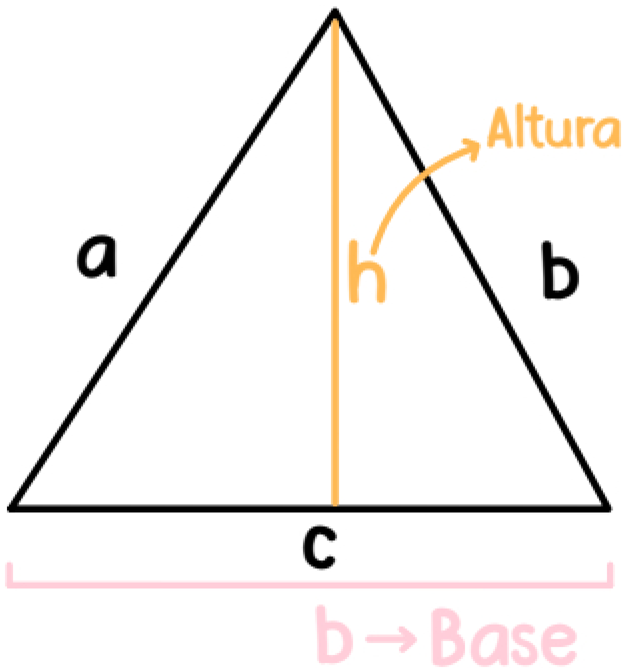
Sector circular



$$\text{Arco} = 2\pi r \frac{\alpha}{360}$$

$$A = \pi r^2 \frac{\alpha}{360}$$

TRIÁNGULO



Área

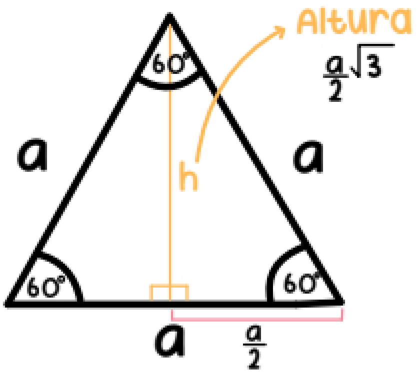
$$\frac{\text{base} \cdot \text{altura}}{2}$$

Perímetro

$$a+b+c$$

Suma de todos sus lados

Triángulo equilátero



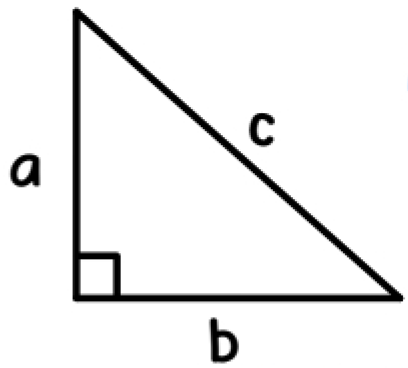
Área

$$\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

Perímetro

$$3a$$

Triángulo rectángulo



Área

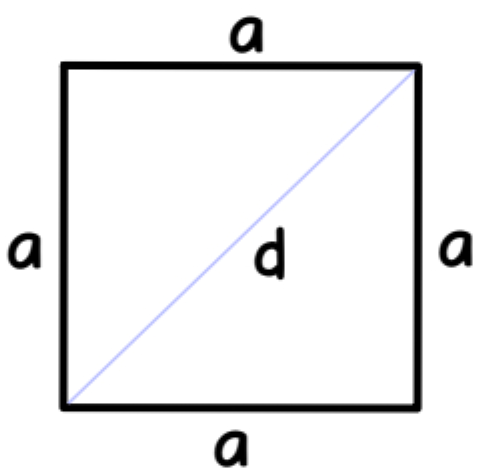
$$\frac{a \cdot b}{2}$$

Perímetro

$$a+b+c$$

@study.vp

CUADRADO



Área

a^2

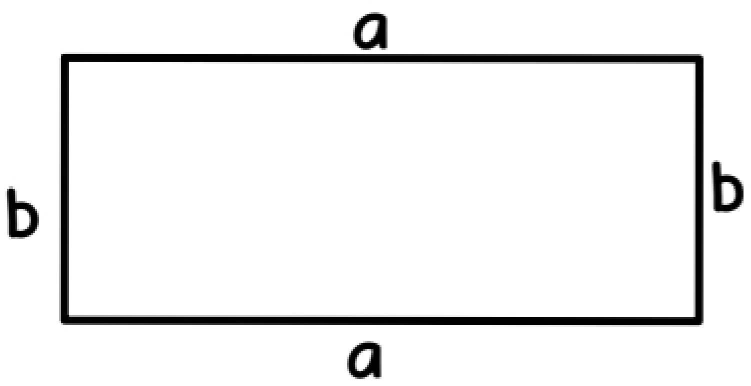
Perímetro

$4a$

Diagonal

$a\sqrt{2}$

RECTÁNGULO



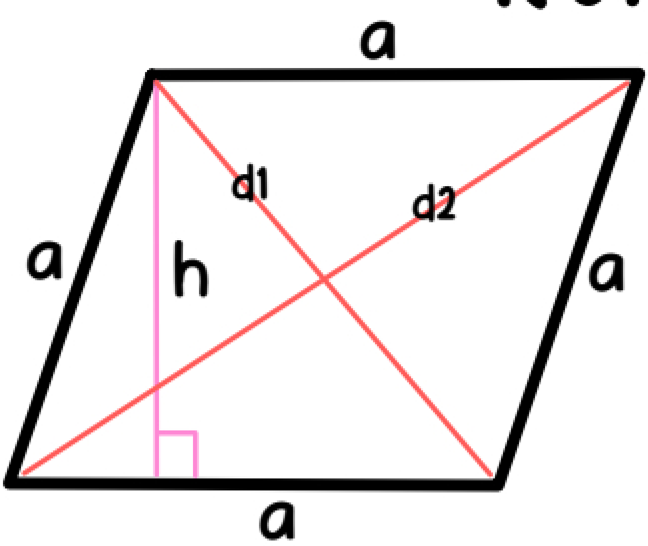
Área

$a \cdot b$

Perímetro

$2(a+b)$

ROMBO



Área

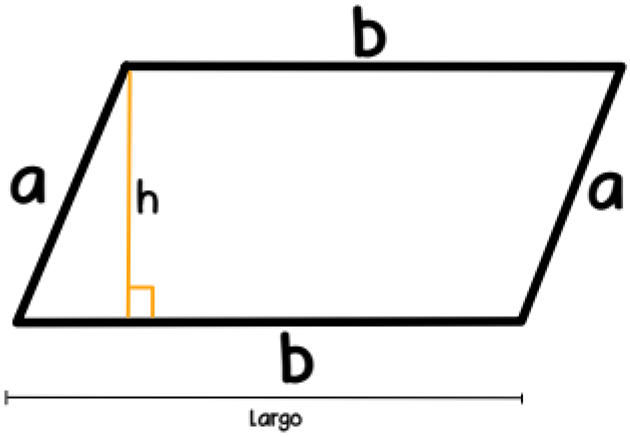
$4a$

Perímetro

$h \cdot a$

$$\frac{d1 \cdot d2}{2}$$

ROMBOIDE



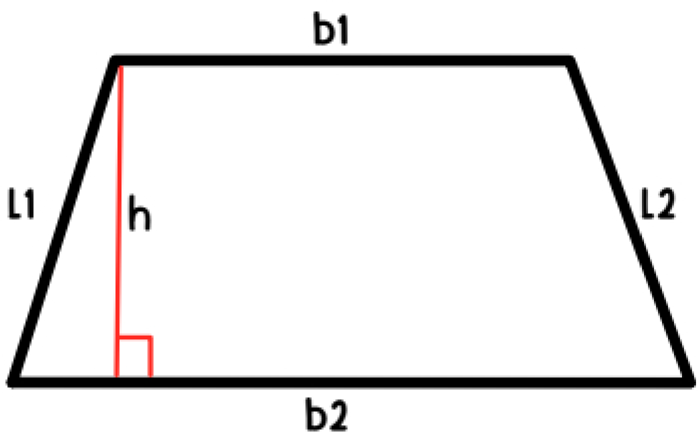
Área

Largo·Altura

Perímetro

$2(a+b)$

TRAPECIO



Área

$$\frac{(b1+b2)\,h}{2}$$

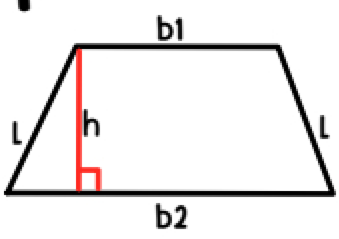
L= lado
b= base

Perímetro

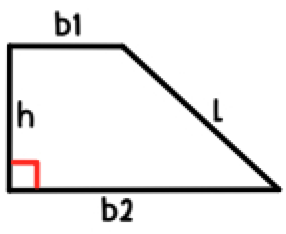
$(L1+L2+B1+B2)$

Tipos de trapecios

Trapecio isoceles



Trapecio rectángulo



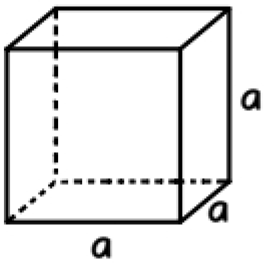
Perímetro

$L+h+b1+b2$

Cuerpos Geométricos

área de superficie y volumen

CUBO



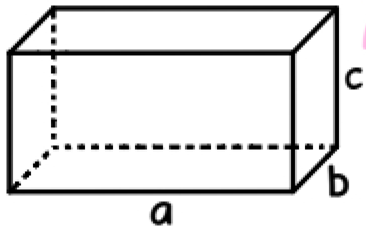
Área de superficie

$6a^2$

Volumen

a^3

PARALELEPÍPEDO



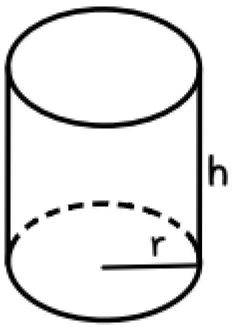
Área de superficie

$2(ab+ac+bc)$

Volumen

$a \cdot b \cdot c$

CILINDRO



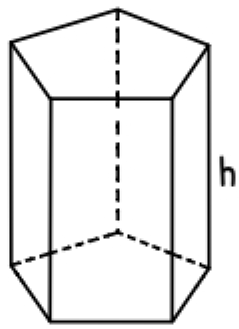
Área de superficie

$2\pi r^2 + 2\pi rh$

Volumen

$\pi r^2 h$

PRISMA



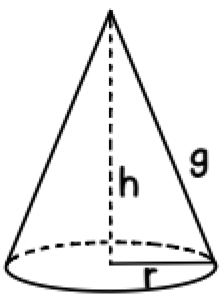
Área de superficie

$2 \cdot A_{base} + A_{lateral}$

Volumen

$A_{base} \cdot h$

CONO



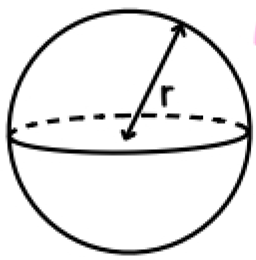
Área de superficie

$\pi r^2 + \pi rg$

Volumen

$\frac{\pi r^2 h}{3}$

ESFERA



Área de superficie

$4\pi r^2$

Volumen

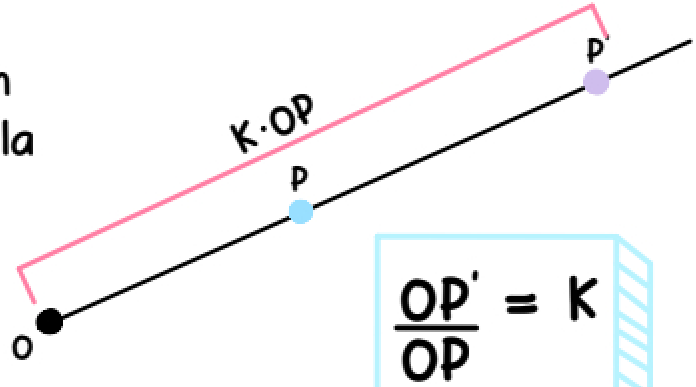
$\frac{4\pi r^3}{3}$

@study.vp

SOLO PAES OBLIGATORIA

HOMOTECIA

- Se llama homotecia de centro O y razón k a una transformación en el plano por la que cada punto P le hace corresponder otro punto P' tal que O, P y P' están alineados y cumplen que la razón de homotecia será :



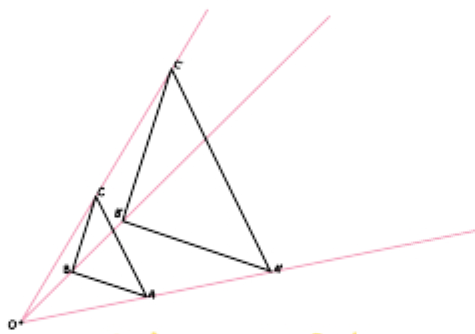
$$\boxed{\frac{OP'}{OP} = K}$$

Si $k > 0$ = homotecia directa (la figura original y la figura resultante esta al mismo lado respecto al centro)
Si $k < 0$ = homotecia invesa (el centro queda al medio de ambas figuras)

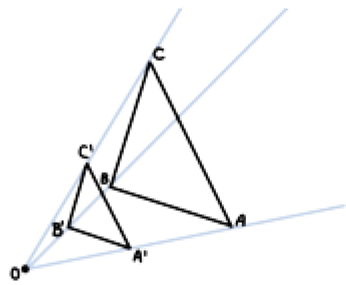
SOLO PAES ELECTIVA

Homotecia directa

CASO 1: $k > 1$



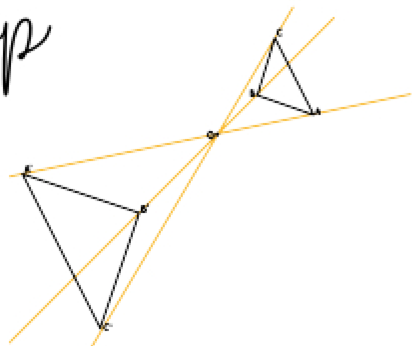
CASO 2: $0 < k < 1$



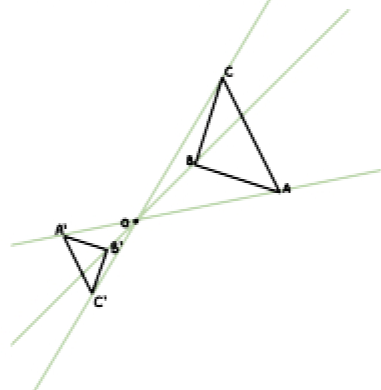
Homotecia inversa

@study.vp

CASO 1: $k < -1$



CASO 2: $-1 < k < 0$

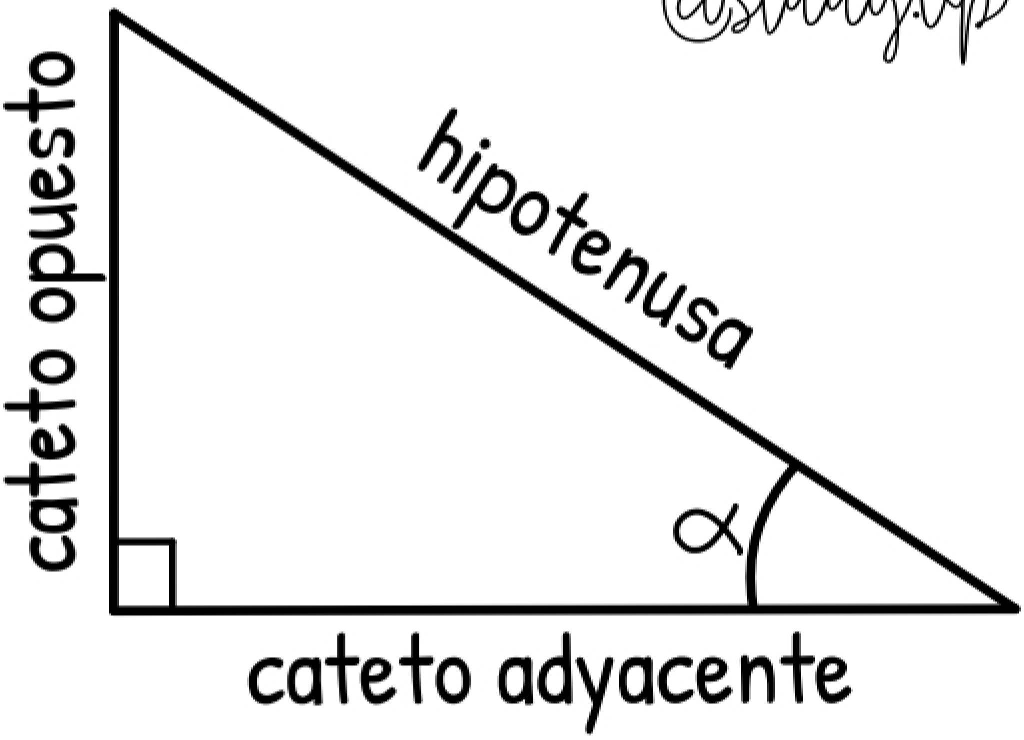


Directa	$K > 1$	La figura resultante se expande
	$0 < K < 1$	La figura resultante es una reducción de la original
Inversa	$K < -1$	La figura resultante se expande y tiene distinto sentido
	$-1 < K < 0$	La figura resultante es una reducción de la original y tiene distinto sentido
Otras	$K = 1$	La figura resultante es igual a la original y está ubicada en el mismo lugar
	$K = -1$	La figura resultante es igual a la original y tiene distinto sentido

SOLO PAES ELECTIVA

TRIGONOMETRÍA

@study.vp



1. $$\mathrm{sen}\,(\alpha) = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}}$$

2. $$\cos\,(\alpha) = \frac{\text{cateto adyacente}}{\text{hipotenusa}}$$

3. $$\tan\,(\alpha) = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto adyacente}}$$

Probabilidad y estadística

Estadística

La estadística consiste en métodos, procedimientos y fórmulas que permiten recolectar información para luego analizarla y extraer de ella conclusiones relevantes.

CONCEPTOS IMPORTANTES

@study.vp

Población: Conjunto de los elementos que tienen una característica en común, la cual es observable, medible, que será el objeto de estudio para obtener conclusiones

Individuo: Cada uno de los elementos que tiene una población

Muestra: Subconjunto de la población (debe ser representativa)

Muestreo aleatorio: Consiste en extraer un elemento al azar, todos los elementos de la población tienen la misma probabilidad de ocurrencia

Variable: Es una característica que se quiere observar o medir en un conjunto dado

- Hay 2 tipos
  - CUALITATIVA: Toman valores no numéricos, describen características
  - CUANTITATIVA: Toman valores numéricos

Tabla de frecuencia

Es una representación de la información obtenida de una muestra o población, en relación con los valores que puede tomar dicha variable

CONCEPTOS IMPORTANTES

@study.vp

Frecuencia absoluta (f):

Número de veces que se repite un dato

Frecuencia absoluta acumulada (F):

Suma de las frecuencias absolutas

Frecuencia relativa (fr):

Es la frecuencia absoluta de un dato dividida en el número total de datos

Frecuencia relativa acumulada(FR):

Suma de las frecuencias relativas

Frecuencia relativa porcentual(fp%):

Transformar la frecuencia relativa a porcentaje %

Tabla de frecuencia

ejemplo

Se le preguntó a un grupo de 50 estudiantes cuantos vasos de agua tomaban al día. Donde 10 respondieron que tomaban sólo uno, 5 respondieron que dos, 20 respondieron que tres, 10 respondieron que cuatro y 5 respondieron que cinco.

%

Vasos de agua por día	f	F	fr	FR	fp%
UNO	10	10	$\frac{10}{50} = 0{,}2$	0,2	20%
DOS	5	10+5=15	$\frac{5}{50} = 0{,}1$	0,2+0,1=0,3	10%
TRES	20	15+20=35	$\frac{20}{50} = 0{,}4$	0,3+0,4=0,7	40%
CUATRO	10	45	$\frac{10}{50} = 0{,}2$	0,9	20%
CINCO	5	50	$\frac{5}{50} = 0{,}1$	1	10%

La última frecuencia absoluta siempre será el total de los individuos

Siempre debe dar 1

@study.vp

Tabla de frecuencia

para datos agrupados

CONCEPTOS IMPORTANTES

@study.vp

Intervalo:

Conjunto de valores en el cual se encuentran ciertos datos

$$\boxed{[a,b] \quad]a,b[\quad [a,b[\quad]a,b]}$$

Amplitud de intervalo:

Es la diferencia entre el límite superior y el límite inferior

[a,b]

límite inferior límite superior

$$A = Ls - Li$$

Marca de clase:

Es el promedio entre la suma del límite inferior y el límite superior

$$Mc = \frac{Li + Ls}{2}$$

Rango:

Es la diferencia entre el dato de mayor valor y el de menor valor

Gráficos

@study.vp

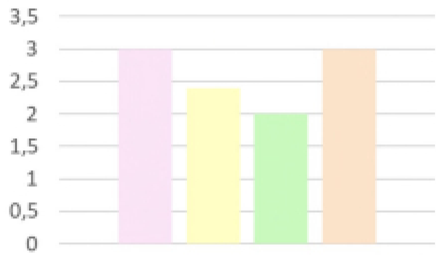
GRÁFICO CIRCULAR

Se usan cuando se quiere destacar que parte del porcentaje total (100%) ocupa cada dato

GRÁFICO DE BARRAS

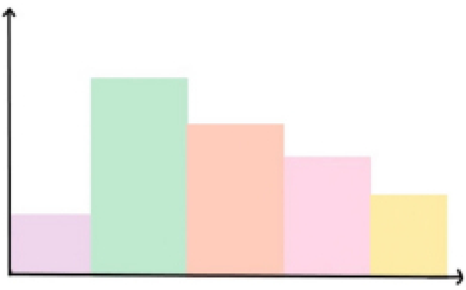
La altura de cada barra llega hasta la frecuencia del dato que corresponde

- Datos: eje horizontal
- Frecuencia: eje vertical



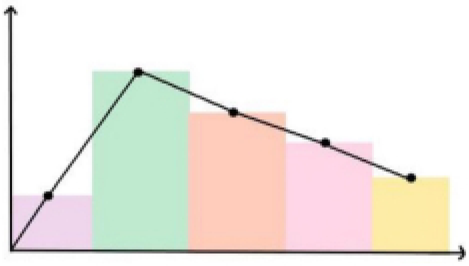
HISTOGRAMA

Son gráficos que se usan para representar datos agrupados en intervalos



POLÍGONO DE FRECUENCIA

Se obtiene al unir las marcas de clase de cada una de las barras del histograma



POLÍGONO DE FRECUENCIA ACUMULADA

⇨ Corresponde a todos los datos menores que el límite superior de ese intervalo, se construye con la frecuencia acumulada

MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL

@study.vp

Moda

Es el dato que más se repite

- Cuando hay más datos que tienen la misma frecuencia
  - 2: bimodal
  - 3: trimodal
- Cuando todos los datos son iguales: amodal

Media aritmética

Es el cuociente entre la suma de todos los datos y el número total de datos

$$\boxed{\overline{X} = \frac{x1+x2+x3+...+xn}{n}}$$

- $\overline{X}$: media aritmética
- n: número de datos

Cuando los datos se repiten, multiplicamos cada dato por su frecuencia

$$\boxed{\overline{X} = \frac{x1 \cdot f1+x2 \cdot f2+x3 \cdot f3+...+xn \cdot fn}{n}}$$

Mediana

Corresponde al dato central, el que ocupa la posición central cuando los datos están ordenados

Para calcular:

1. $P = \frac{n}{2}$ (n → Total de datos; P → Posición)
2.
   - Si P es entero, será el promedio entre el dato de la posición P y P+1
   - Si P es decimal, lo aproximamos al entero mayor más cercano y esa será la posición de la mediana

ejemplo

- Si tenemos el conjunto de datos {1,3,5,6,9} ¿Cuál es su mediana?

1. $P = \frac{5 \text{ datos}}{2} = 2{,}5 \xrightarrow[\text{aproximar}]{②} 3$
3. Buscamos la posición 3

{1,3,5,6,9}

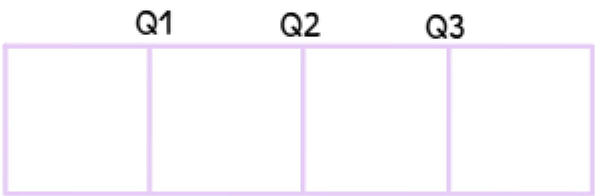
5 es la mediana

MEDIDAS DE POSICIÓN

@study.vp

cuartiles

El cuartil Qk, con k= 1,2,3, de un conjunto de n datos, ordenados de menor a mayor, corresponde al valor en el cual aproximadamente, el 25% k de los valores son menores o iguales a el.



Q2=MEDIANA

$$Qk = \frac{k}{4} \cdot n$$

cuartil

total de datos

ejemplo

Sea el conjunto {1,2,3,4,5,5,7,9}

¿Primer cuartil?

Q1=3

1. $Q1 = \frac{1}{4} \cdot 8 = 2$
2. $Q1 = \frac{P+(P+1)}{2} = \frac{2+3}{2} = 2,5 \rightarrow 3$

posición 3

percentiles

El percentil Pk, con K= 1,2,3,4...99, de un conjunto de n datos, ordenados de menor a mayor, corresponde al valor en el cual, aproximadamente, el k% de los valores son menor o iguales a el

$$Pk = \frac{k}{100} \cdot n$$

percentil

total de datos

Q2=P50=MEDIANA

MEDIDAS DE DISPERSIÓN

Sirven para determinar si los datos se encuentran en torno a la media o si están muy dispersos

@study.vp

Desviación

$$D = x_i - \bar{x}$$

Cada dato menos la media aritmética

Desviación media

Es el promedio de todos los valores absolutos de la desviación de una variable

Para datos no agrupados:

media aritmética

$$D\bar{x} = |x_1-\bar{x}| + |x_2-\bar{x}| + \ldots + |x_n-\bar{x}|$$

dato 1 dato 2

Para datos agrupados:

frecuencia

$$D\bar{x} = \frac{|x_{mc1}-x|\cdot f_1 + |x_{mc2}-x|\cdot f_2 + \ldots + |x_{mcn}-x|\cdot f_n}{n}$$

marca de clase

$n \rightarrow$ total de datos

Si la desviación media es más cercana a cero, los datos están más juntos. Si es mayor, los datos están más dispersos.

Varianza

SOLO PAES ELECTIVA

Para datos no agrupados:

$$a^2 = \frac{(x_1-\bar{x})^2 + (x_2-\bar{x})^2 + \ldots + (x_n - \bar{x})^2}{n}$$

Para datos agrupados:

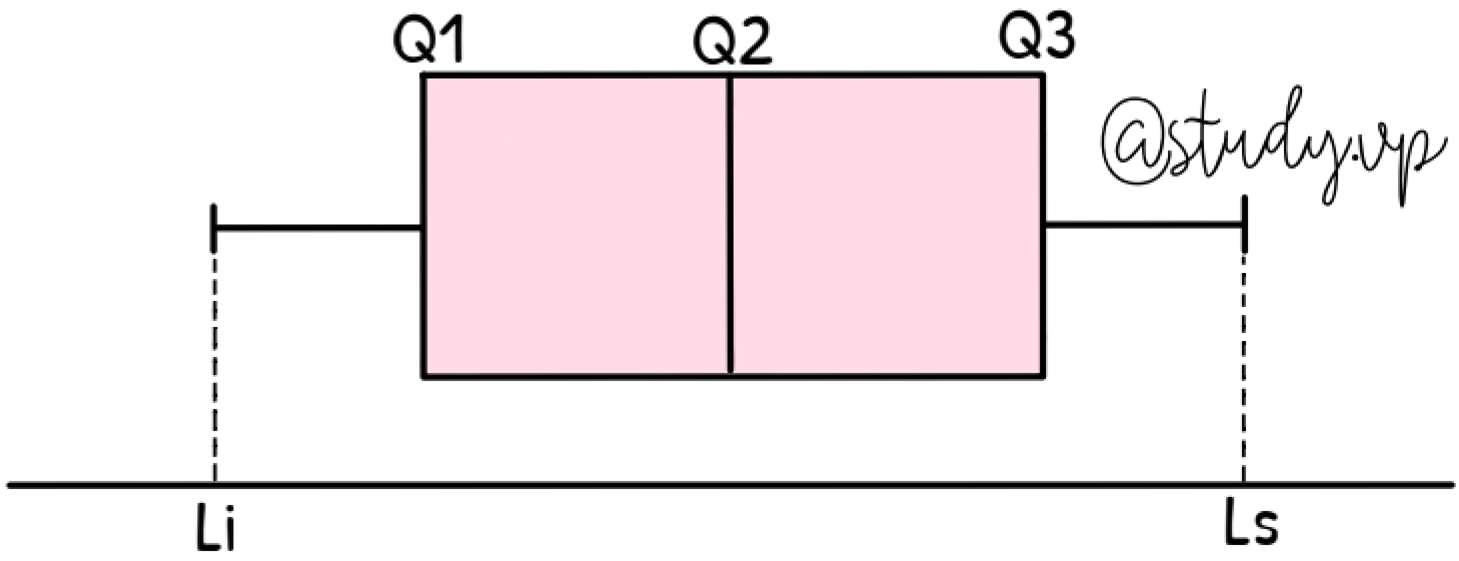
$$a^2 = \frac{(x_{mc1}-\bar{x})^2 + (x_{mc2}-\bar{x})^2 + \ldots + (x_{mcn} - \bar{x})^2}{n}$$

Desviación estándar

Se obtiene extrayendo la raíz cuadrada de la varianza

Diagrama de cajón

Sirve para representar las características de un conjunto de datos a partir de las medidas de tendencia central y posición



Li: límite inferior
Ls: límite superior
Q1: primer cuartil
Q2: segundo cuartil (mediana)
Q3: tercer cuartil

Recorrido intercuartilico → Rec = Q3 - Q1

PRINCIPIO ADITIVO

El principio aditivo permite medir de cuántas maneras se puede realizar una actividad que tiene varias alternativas, de las cuales de puede escoger solo una

ejemplo

Si tengo 3 pares de zapatilla Adidas y 4 Nike ¿Cuantas opciones tengo para usar si hoy saldré al mall con mis amigos?

$3A + 4N = 7$ Tengo 7 opciones

@study.vp

PRINCIPIO MULTIPLICATIVO

Si tenemos un evento A que se puede realizar de "m" formas y un evento B que se puede realizar de "n" formas. Si elegimos un elemento A y otro de B, entonces tenemos m n formas de hacerlo.

ejemplo

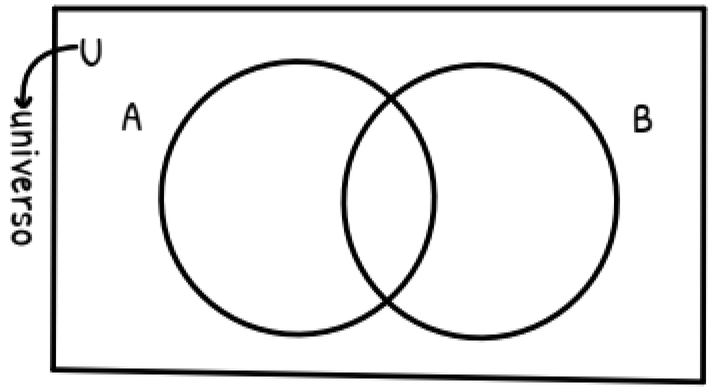
En un local puedo elegir que el tamaño del vaso de mi café sea grande, mediano o chico. Si hay 4 sabores: moka, americano, capuchino y látete. ¿De cuántas formas posibles puedo hacer mi elección?

3 tamaños
4 sabores $\Big]$ $3 \cdot 4 = 12$ Tengo 12 opciones

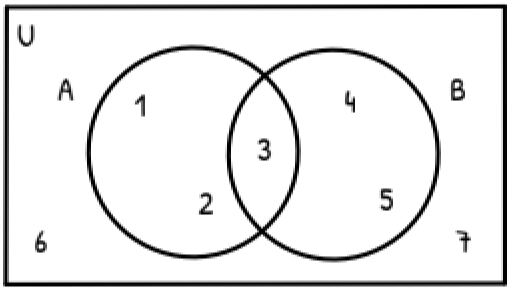
PROBABILIDADES

DIAGRAMA DE VENN

Sirve para representar conjuntos



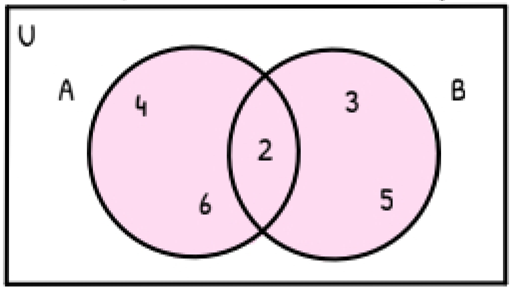
Ejemplo: Sean los conjuntos A={1,2,3}, B={3,4,5} y U={1,2,3,4,5,6,7}



Unión de conjuntos

- Si tenemos dos conjuntos A y B, se denota como A U B e incluye a TODOS los elementos que están en el conjunto A o B

Ejemplo: Sean los conjuntos A={2,4,6} y B={2,3,5}. Represente A U B

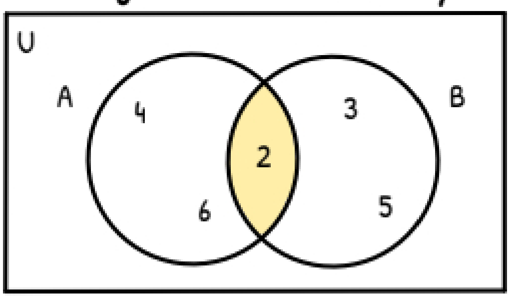


AUB = {2,3,4,5,6}

Intersección de conjuntos

- Si tenemos dos conjuntos A y B, se denota como A∩B e incluye a todos los elementos que están en el conjunto A y B SIMULTÁNEAMENTE

Ejemplo: Sean los conjuntos A={2,4,6} y B={2,3,5}. Represente A U B



A∩B = {2}

Permutación

CONSIDERA A TODOS LOS ELEMENTOS

1) simple

De cuántas formas podemos ordenar a n elementos distintos

$$\boxed{n!}$$

Ej: $3! = 3 \cdot 2 \cdot 1$

2) con repetición

De cuántas formas podemos ordenan n elementos donde algunos se repiten

$$\boxed{\frac{n!}{Q1!\,Q2!\ldots Qn!}}$$

3) circular

De cuántas formas podemos ordenan n elementos distintos de forma circular

$$\boxed{(n-1)!}$$

n = todos los elementos
Q = repetición de cada elemento

@study.vp

PAES ELECTIVA

Variación

No se consideran todos los elementos
Importa el orden

1) sin repetición

$$\hookrightarrow V_k^n = \frac{n!}{(n-k)!}$$

2) con repetición

$$\hookrightarrow n^k$$

@study.vp

Combinación

No se consideran todos los elementos
No importa el orden

1) sin repetición

$$\hookrightarrow C_k^n = \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!\ (n-k)!}$$

2) con repetición

$$\hookrightarrow Cr_k^{n+k-1} = \binom{n+k-1}{k} = \frac{(n+k-1)}{k! \cdot (n-1)!}$$

PAES ELECTIVA

Técnicas de conteo

¿Se consideran todos los elementos?

- **Si**
  - **Permutación**
    - ¿Puede haber elementos que se repiten?
      - **No** → Permutación simple

        $$n!$$

      - **Si** → Permutación con repetición

        $$\frac{n!}{Q1!\,Q2!\dots Qn!}$$

  - Permutación circular

    $$(n-1)!$$

- **No**
  - ¿Importa el orden?
    - **Si** → **Variación**
      - ¿Elementos repetidos entre sí?
        - **Si** → Variación con repetición

          $$n^k$$

        - **No** → Variación sin repetición

          $$V_k^n = \frac{n!}{(n-k)!}$$

    - **No** → **Combinación**
      - ¿Elementos repetidos entre sí?
        - **Si** → Combinación con repetición

          $$\binom{n+k-1}{k} = \frac{(n+k-1)!}{k!\cdot(n-1)!}$$

        - **No** → Combinación sin repetición

          $$C_k^n = \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!\;(n-k)!}$$

Q= repeticiones de cada elemento
n= todos los elementos
k= selección de elementos

@study.vp

PAES ELECTIVA

Probabilidad Clásica

Si en un experimento aleatorio hay "n" resultados posibles, todos con la misma probabilidad de ocurrencia. Entonces la probabilidad de que ocurra un evento A es:

$$P(A) = \frac{\text{número de casos favorables}}{n(\text{total})}$$

Recuerda que las probabilidades van de 0 a 1 y de 0% a 100%

Reglas de las probabilidades

- Sean los eventos A y B
  - $P(A \cup B)$ es la probabilidad de que ocurra A o B (unión)
  - $P(A \cap B)$ es la probabilidad de que ocurra A y B (intersección)

Unión:

Intersección

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

@study.vp

Intersección:

caso 1

A y B son independientes (la ocurrencia o no ocurrencia de uno de estos no afecta el otro)

$$\boxed{P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)}$$

caso 2

A y B son mutuamente excluyentes (la ocurrencia de un evento impide la ocurrencia de otro)

$$\boxed{P(A \cap B) = 0}$$

caso 3

A y B son dependientes (la ocurrencia o ocurrencia de uno de estos afecta el otro)

$$\boxed{P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B/A)}$$

La probabilidad de B dado que ocurrió A

Probabilidad Condicionada

1. $$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

2. $$P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

@study.vp

SOLO PAES ELECTIVA