

PRODUCTOS NOTABLES

~ términos básicos

- término algebraico: número (coeficiente) y letra con su exponente (factor literal) ej: $3x^2$
- expresión algebraica: sumas o restas de términos algebraicos, sin igualdad entre ellos ej: $4x^2 - 3y^3 + z^2$
- términos semejantes: parte literal igual ej: $5x^2$ y $3x^2$
- reducción de términos semejantes: se suman o restan los términos semejantes ej: $\frac{2x^2 - x^2}{x^2} + 3y$

cuadrado de binomio $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$

$$\text{ej: } (x + 2)^2 = x^2 + 2 \cdot x \cdot 2 + 2^2 = x^2 + 4x + 4$$

suma por su diferencia $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

$$\text{ej: } (5a + 2b)(5a - 2b) = (5a)^2 - (2b)^2 = 25a^2 - 4b^2$$

binomio con término común $(x + a)(x + b) = x^2 + x(a + b) + ab$

$$\begin{aligned} \text{ej: } (3w - 4)(3w + 7) &= (3w)^2 + 3w(-4 + 7) + (-4 \cdot 7) \\ &= 9w^2 + 3w \cdot 3 - 28 \\ &= 9w^2 + 9 - 28 \end{aligned}$$

cuadrado de trinomio $(a \pm b \pm c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 \pm 2ab \pm 2ac \pm 2bc$

$$\begin{aligned} \text{ej: } (4 - x - y)^2 &= 4^2 + x^2 + y^2 + (2 \cdot 4 \cdot -x) + (2 \cdot 4 \cdot -y) + (2 \cdot -x \cdot -y) \\ &= 16 + x^2 + y^2 - 8x - 8y + 2xy \end{aligned}$$

cubo de binomio $(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$

$$\begin{aligned} \text{ej: } (b - 5)^3 &= b^3 - 3 \cdot b^2 \cdot 5 + 3 \cdot b \cdot 5^2 - 5^3 \\ &= b^3 - 15b^2 + 75b - 125 \end{aligned}$$

suma de cubos $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$

diferencia de cubos $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$

FACTORIZAR ES EL PROCESO INVERSO AL DE LOS PRODUCTOS NOTABLES

↳ este nos sirve para resolver de manera más rápida problemas fraccionarios, que contengan en ella productos notables, ya que nos permite simplificar

Ecuación de 1er grado

$$ax + b = c$$

nuestro objetivo es despejar la incógnita, dejándola sola a un lado del símbolo igual (=)

Ejemplo: $3(2x - 5) = -15$
 $6x - 15 = -15$
 $6x = -15 + 15$
 $6x = 0$
 $x = 0/6$
 $x = 0$

$$7 + 2x = x + 7$$
$$2x - x = 7 - 7$$
$$x = 0$$

cuando obtenemos dos o más ecuaciones con el mismo resultado, se dice que son ecuaciones equivalentes

▷ análisis de soluciones:

- $a = 0$ y $b \neq 0$ → no tiene solución
- $a \neq 0$ → tiene una solución
- $a = 0$ y $b = 0$ → tiene infinitas soluciones

▷ ecuación fraccionaria:

Ejemplo: $\frac{-x}{x-5} + \frac{1}{x-5} = \frac{-4}{x-5}$
 $\frac{-x+1}{x-5} = \frac{-4}{x-5}$
 $-x+1 = -4$
 $-x = -4 - 1$
 $-x = -5 \quad / \cdot -1$
 $x = 5$

comprobamos en la ecuación original:

$$\frac{-5}{5-5} + \frac{1}{5-5} = \frac{-4}{5-5}$$
$$\frac{-5+1}{5-5} = \frac{-4}{5-5}$$
$$\frac{-4}{0} = \frac{-4}{0}$$

↳ podemos ver que si se cumple la igualdad, pero tenemos denominador 0, por lo tanto no tiene solución ya que se indetermina

▷ ecuación con valor absoluto:

- $c =$ positivo → 2 soluciones
- $c = 0$ → 1 solución
- $c =$ negativo → no tiene solución

Ejemplo: 1 $|2x - 4| = 6$

$$\begin{cases} 2x - 4 = 6 \rightarrow x = 5 \\ 2x - 4 = -6 \rightarrow x = -1 \end{cases}$$

2 $|2x - 5| = 0 \rightarrow 2x - 5 = 0 \rightarrow x = 5/2$

3 $|5x - 1| = -4 \rightarrow$ indefinido

Lenguaje matemático

- El doble de un número: $2x$
El cuadrado de un número: x^2
- El triple de un número: $3x$
- El cubo de un número: x^3
- La diferencia entre 2 números: $x - y$
- El exceso de a sobre b es n : $a - b = n$
- La semi suma entre 2 números: $(a + b) : 2$
- La semi diferencia entre 2 números: $(a - b) : 2$
- x aumentado en a : $x + a$
 x es a unidades mayor que b : $x = b + a / x - a = b$
- Producto de 2 números: $a b$
Cuociente de 2 números: $a : b$
- El doble de a más b : $2a + b$
- El doble de, a más b : $2(a + b)$

Inecuaciones lineales

$$- 2x + b > c -$$

Relación entre números y/o letras en las que se usan los símbolos $<$, $>$, \leq , \geq y se le llama desigualdad

► **Propiedades:** a, b, c números reales

Si $a < b$, entonces $a + c < b + c$

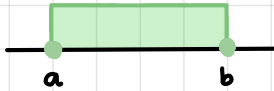
Si $a < b$ y $c > 0$, entonces $ac < bc$

Si $a < b$ y $c < 0$, entonces $ac > bc$

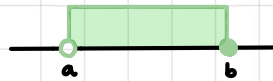
Si $0 < a < b$ ó $a < b < 0$, entonces $1/a > 1/b$

► **Intervalos:**

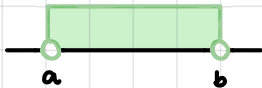
• $[a, b] = \{a \leq x \leq b\}$



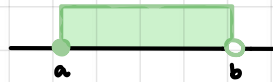
• $]a, b] = \{a < x \leq b\}$



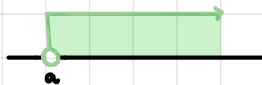
$]a, b[= \{a < x < b\}$



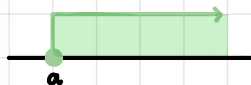
• $[a, b[= \{a \leq x < b\}$



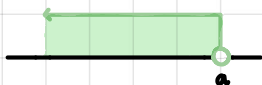
• $]a, \infty[= \{a < x\}$



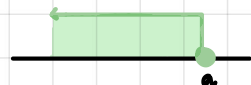
• $[a, \infty[= \{a \leq x\}$



• $] -\infty, a[= \{a > x\}$



• $] -\infty, a] = \{a \geq x\}$



tips <3

• A lo más:



• A lo menos:



• como mínimo:



• como máximo:



• No alcanza:



• sobrepasa:



Sistemas de ecuaciones

$$\begin{cases} AX + BY = C \\ DX + EY = F \end{cases}$$

A, B, C, D, E Y F : números reales

- metodo de reduccion:**
 - se deben igualar los coeficientes de una de las incógnitas, en ambas ecuaciones, multiplicando ambas ecuaciones convenientemente, luego, se restan o suman ambas ecuaciones resultando así una ecuación con una incógnita
 - Al obtener el valor de una variable, reemplazamos este valor en una de las ecuaciones originales para encontrar el valor de la variable faltante

Ejemplo:

$$\begin{array}{l} 1. \quad \begin{cases} 1 \quad 2X + y = 4 \quad / \cdot 2 \\ 2 \quad 3X - 2y = -1 \end{cases} \\ \quad \begin{cases} 1 \quad 4X + 2y = 8 \\ 2 \quad 3X - 2y = -1 \end{cases} \end{array}$$

$$4X + 3X = 8 - 1$$

$$7X = 7 \quad / \quad 7$$

$$X = 1$$

$$\begin{array}{l} 2. \quad \begin{cases} 2 \cdot 1 + y = 4 \\ 2 + y = 4 \quad / - 2 \end{cases} \end{array}$$

$$y = 4 - 2$$

$$y = 2$$

comprobar

$$\begin{array}{l} 1 \quad 2 \cdot 1 + 2 = 4 \\ \quad 4 = 4 \quad \checkmark \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 2 \quad 3 \cdot 1 - 2 \cdot 2 = -1 \\ \quad 3 - 4 = -1 \\ \quad -1 = -1 \quad \checkmark \end{array}$$

- metodo de igualacion:**
 - se debe despejar la misma variable de cada ecuación y luego estos resultados se igualan, generándose una ecuación con una incógnita
 - Al obtener el valor de una variable, reemplazamos este valor en una de las ecuaciones originales para encontrar el valor de la variable faltante

Ejemplo:

$$\begin{array}{l} 1. \quad \begin{cases} 1 \quad X - 3y = -1 \\ 2 \quad X + 2y = 14 \end{cases} \\ \quad \begin{cases} 1 \quad X = 3y - 1 \\ 2 \quad X = -2y + 14 \end{cases} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 1 \quad 3y - 1 = -2y + 14 \\ 2 \quad 3y + 2y = 14 + 1 \end{array}$$

$$5y = 15 \quad / \quad 5$$

$$y = 3$$

$$\begin{array}{l} 2. \quad \begin{cases} X + 2 \cdot 3 = 14 \\ X + 6 = 14 \quad / - 6 \end{cases} \end{array}$$

$$X = 14 - 6$$

$$X = 8$$

comprobar

$$\begin{array}{l} 1 \quad 8 - 3 \cdot 3 = -1 \\ \quad 8 - 9 = -1 \\ \quad -1 = -1 \quad \checkmark \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 2 \quad 8 + 2 \cdot 3 = 14 \\ \quad 8 + 6 = 14 \\ \quad 14 = 14 \quad \checkmark \end{array}$$

- metodo de sustitucion:**
 - se debe despejar una de las variables en una de las ecuaciones y luego reemplazarla en la otra ecuación, generándose una ecuación con una incógnita
 - Al obtener el valor de una variable, reemplazamos este valor en una de las ecuaciones originales para encontrar el valor de la variable faltante

Ejemplo:

$$\begin{array}{l} 1. \quad \begin{cases} 1 \quad y - 3x = -5 \\ 2 \quad X + 2y = 4 \end{cases} \\ \quad \begin{cases} 1 \quad y = 3x - 5 \\ 2 \quad X + 2y = 4 \end{cases} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 1 \text{ en } 2 \\ X + 2(3x - 5) = 4 \\ X + 6x - 10 = 4 \end{array}$$

$$7X = 4 + 10$$

$$7X = 14$$

$$X = 2$$

$$\begin{array}{l} 2. \quad \begin{cases} 2 + 2y = 4 \quad / - 2 \\ 2y = 4 - 2 \end{cases} \end{array}$$

$$2y = 2 \quad / : 2$$

$$y = 1$$

comprobar

$$\begin{array}{l} 1 \quad 1 - 3 \cdot 2 = -5 \\ \quad 1 - 6 = -5 \\ \quad -5 = -5 \quad \checkmark \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 2 \quad 2 + 2 \cdot 1 = 4 \\ \quad 2 + 2 = 4 \\ \quad 4 = 4 \quad \checkmark \end{array}$$

- análisis de soluciones:

$$\begin{cases} AX + BY = C \\ DX + EY = F \end{cases}$$

A, B, C, D, E y F: números reales

$$\frac{A}{B} \neq \frac{C}{D} \rightarrow \text{El sistema tiene solución única}$$

$$\frac{A}{B} = \frac{C}{D} = \frac{E}{F} \rightarrow \text{El sistema tiene infinitas soluciones}$$

$$\frac{A}{B} = \frac{C}{D} \neq \frac{E}{F} \rightarrow \text{El sistema no tiene solución}$$

